

発刊に際して

すべての国民はその1人ひとりが基本的人権を享有する。それは法の下に平等であるすべての日本国民が個人として尊重されるという憲法の規定によって明らかである。

しかし、教育の実際においては、すべて国民は、その能力に応じてひとしく教育を受ける権利が保障されながら、それが本当に実現されているのであろうか。人間は神の摂理により能力に違いがある。その能力の違いに適応した教育が、どんな子どもにもひとしく与えられなければならない。それが眞の教育の機会均等が国民1人ひとりに施されているということになるはずである。

けれども、現代の教育ことに現代の学校教育においては、すべての国民の個性に即し、それを尊重する教育が行われているとは言い得ないものがある。それには、いくつかの理由がある。その基底には一斉画一授業の方式によって教育がなされているということがある。この方式を今、1対1の授業に切り替えることは云うべくして実現されることは不可能に近い。

しかし、子ども達1人ひとりの個性を尊重した教育によって、学習意欲を高め、社会変化に自主的に対応できる能力を持ち、学ぶべき基礎基本を充実することは全く不可能なことであろうか。それが新しい教育の到達理念であるとするれば、私どもは一步でも二歩でもそれに近づける工夫と努力が必要である。

それぞれ違った子ども達の能力の可能性を善なる方向に限りなく伸ばすための教育者側の努力、それは果てることのない研究による外ない。

わが財団法人日本教材文化研究財団は、この教育の困難な課題に注目し、その研究開発を計画してきた。その教科の指導における具体的な作業として中学校の数学の個性に対応した授業の研究に当たろうとしたのである。ところが、よく調べてみると、当財団の意図したと同じ研究のグループがあって、既にかんりの先行研究がなされていることを知ったのである。

それが、愛知県下の中学校の先生方のグループであった。愛知県海部郡七宝町立七宝北中学校●の奥山修先生を委員長とし、原田隆信、羽佐田昌也、大橋一弘、岩間孝二の4先生を委員として標記のテーマによってその研究を委託し、ここに立派な研究成果を刊行する運びとなったのである。財団として衷心より感謝申し上げる次第である。

(財団法人日本教材文化研究財団専務理事・帝京大学教授 林部一二)

「中学生に対する習熟度別学習（数学）の教材開発」

目 次

発刊に際して	1
I はじめに（研究のあらまし）	4
II 研究課題について	4
1. 研究課題設定の理由	4
2. 研究の目的	5
3. 研究の意義	5
III 研究の基本的な考えと構想	6
1. 研究の対象	6
2. 研究の仮説	6
3. 研究の推進過程（研究経過）	7
IV 教材開発の手法	7
1. 教材開発の基本的な考え方	7
2. 実践学習プログラム（指導の流れ）	9
3. 診断テストとチェックカード	9
4. 学習シート	10
V 教材開発の実際	12
1. 1年「方程式」	12
(1) 指導の流れ	12
(2) 開発した教材	13
① 診断項目と診断テスト	13
② 診断テスト問題の考察	14
③ 各学習シートの考察	15
④ 進んだコース	16
(3) 指導を終えて	17
2. 2年「式の計算」	33
(1) 指導の流れ	33
(2) 開発した教材	34

① 診断項目と診断テスト	34
② 診断テスト問題の考察	35
③ 各学習シートの考察	38
④ 進んだコース	41
(3) 指導を終えて	41
3. 3年「平方根」	70
(1) 指導の流れ	70
(2) 開発した教材	71
① 診断項目と診断テスト	71
② 診断テスト問題の考察	71
③ 各学習シートの考察	74
④ 進んだコース	76
(3) 指導を終えて	76
4. 3年「円の性質」	93
(1) 指導の流れ	93
(2) 開発した教材	94
① 診断項目と診断テスト	94
② 診断テスト問題の考察	96
③ 各学習シートの考察	101
④ 進んだコース	104
(3) 指導を終えて	105
VI 習熟度別学習を取り入れることの効果	137
1. 習熟度に応じたコース別学習に対する反応	137
2. 学習成果の比較	137
3. 生徒の声	138
(1) 診断テストについて	138
(2) 学習シートについて	138
(3) コース別学習全体についての感想	140
VII 研究のまとめと今後の課題	140

I はじめに（研究のあらまし）

本研究は、平成3・4年度の2年間にわたり財団法人日本教材文化研究財団から「中学生に対する習熟度別学習（数学）の教材開発」について、研究を委託されたものである。

個に応じることの必要性、習熟度に応じた学習を展開することの必要性が叫ばれ出してから久しいが、それが広く行われないのは、適した教材がないことと教材開発の困難さが大きな原因のひとつと考えられる。我々研究グループのメンバーは、数年前よりそれぞれの地域において、それぞれ独自の方法でこの習熟度別学習に取り組み、その効果について確かな手ごたえを感じ、成果をあげてきている。幸いにして、財団法人日本教材文化研究財団より一緒に研究する機会を与えられ、それぞれのメンバーがこれまでの個々の研究の集大成をしようと本研究に取り組んできた。

研究開発の手順は、次のようである。

- 習熟度別学習が可能である単元の検討
- 単元の指導の流れ（流し方）の確認
- 3年生の単元「円周角」で、教材開発のHow toの確認
- 確認されたHow toにそっての教材開発
- 可能な限りの実践と、SP分析等による診断テストの妥当性や学習シートの検討

II 研究課題について

1. 研究課題設定の理由

平成5年度から実施の学習指導要領をめぐって「新しい学力観」が問題にされている。しかし、この新しい学力観は、学習者の思考力・創造力・判断力・選択力・表現力などもあわせてとらえ、これらを知識・技能と一緒に重視して学力と理解することと考えられるので、何も新しいものではない。教育が本来求めるものであるはずである。その本来求めるものであるはずのことがなせ取りざたされるのかといえば、前例踏襲の体質がそれを阻害してきたからである。

教育は、最も保守的であるといわれる。もちろん、文化遺産の継承など保守的であることが要求されることも事実であるが、その上に胡座をかいて過ごしてきたようなことはなかったらうかと反省させられることがある。中学校の数学こそ最も保守的な教科であるような気がしてならない。教科書とチョーク1本さえあれば授業ができるのである。また、平気でそう発言する数学教師の仲間もいる。しかし、新しい学力観に立ったとき、それは

大きなまちがいであることに気づかされる。

では、そのまちがいを正すにはどうしたらよいかであるが、それにはまず、“前例踏襲の体質からの脱皮”が必要であると考え。つまり、学習形態、学習過程の見直しをする必要を感じる。わが国で明治以来続いてきた伝統的な一斉画一授業は、高い水準の教育レベルを維持してきたが、それは、知識・技能に関して通一遍の指導には大きな効果が期待できるし、効率的であるが、学習者の個人差や興味・関心は犠牲にされている。新しい学力観に立つとき、まずこのあたりからテコ入れをする必要があるように思う。

本研究では、自ら学ぶ意欲・態度の前提となる基礎的・基本的な知識・技能の指導の徹底のため、個に応じるための方策として、生徒一人ひとりのつまづきを診断し、その診断に基づく個別対応学習の進め方として、習熟度に応じたコース別学習を進めるための教材開発を中心に研究を進めることにした。

2. 研究の目的

習熟度に応じた学習を進める上で、大きなネックになっているのは前述のように教材開発の大変さ、困難さである。それを取り除くことにより、習熟度別学習が、広く実施されるようになることを願っている。しかも、ごく普通の学校で、普通の教室で習熟度別学習が可能となるような、自学自習が可能な教材の開発をめざす。

さらには、今後さらに推進される教員加配での協力授業にも対応できる教材開発でありたいと願っている。教員加配が話題にのぼった頃、職員室でこんな会話が聞かれたことがある。「学級に二人の先生が配属されたらどうやって授業したらいいの？学級をふたつに分けて半分ずつの人数を受け持てばいいのなら楽だけど……」とんでもない話である。しかし、それは笑い話では済まされない深刻な問題がそこにはある。目的や共通理解がはっきりしていなければ教師にとっても、生徒にとっても混乱を招くことになる。チームティーチングを推進する際のひとつの原動力にこの研究がなってくれればと思っている。つまり、複数の教師が指導する場合、共通の土俵が必要になるが、それがここに開発する教材であることを願っている。

3. 研究の意義

わかれば楽しいし、わかれば次への学習意欲もわいてくる。その意味で、基礎的・基本的な内容を確実に身につけさせることは、自ら進んで学習しようとする意欲、つまり自己

教育力を育てる前提となるものであると考えられる。しかし、生徒一人ひとりの理解の程度、理解の速さは異なっている。すべての生徒に基礎・基本を身につけさせようとするとき、個への対応なくしては考えられない。ここに個別対応学習の必要性があるわけであるが、さまざまな困難のためになかなか実践されていないのが現状である。

そこで、その困難を解消するために、本研究を通して教材開発を進め、それを普及させることによって習熟度別学習が広く行われるように期待できる。さらには、開発した教材を一つのサンプルとして示すことにより、研究の輪が広がり、より優れた習熟度別学習のための教材、ティームティーチングを進めるための教材が開発されていくことを期待できる。

Ⅲ 研究の基本的な考えと構想

1. 研究の対象

習熟度別学習を進めるためには、習熟度をどのような方法で把握するかがまず問題になる。もちろんいろいろな手法が考えられるが、ペーパーテストで把握するということが一般的である。そのようにとらえると、習熟度別学習に適した学習内容は、知識・技能を主としたものになってくる。そこで我々は、その線に沿って習熟度別学習が可能な単元を使用している教科書（啓林館）から洗い出していった。その結果、「数量関係」の領域と1・2年生の「図形」領域を除く全ての単元で我々の考える習熟度別学習が可能であると判断して教材開発の研究に取り組むことにした。

2. 研究の仮説

習熟度に応じた学習を展開させることにより、生徒一人ひとりに確かな学力を身につけさせることができ、“わかる喜び”を味わわせることができる。また、習熟度に応じたコース別学習を自学自習の形で展開することにより学習意欲を増進させ、自己教育力の育成にもつながる。

本研究を通して開発された教材を提供することで、今日的課題である習熟度別学習やティームティーチングを発展普及させることができる。

3. 研究の推進過程（研究経過）

- H.3. 6. 3 初顔合わせ、研究推進の方向
- H.3. 8. 5 研究計画作成
- H.3. 9.14 単元の指導の流れ（授業の流し方）の確認……コース別学習の位置づけ
- H.3.10. 5 } <図形領域> 3年「円周角」の教材開発……教材作成のHOW TOを確認する
H.3.11. 2 } ため、委員全員で分担してひとつの教材を作り上げる
- H.3.12.21 3年「円周角」での実践の検討
- H.4. 1.11 教材開発のHOW TOについての話し合い……解答の提示の仕方、ヒントの用意の仕方
- H.4. 2. 1 } <数と式領域> 1年「正の数・負の数」、2年「式の計算」、「連立方程
H.4. 3.14 } 式」、3年「式の計算」の単元をそれぞれ分担して教材開発
H.4. 4.11 }
- H.4. 5. 9 } 実践上の問題点の検討と教材の手直し
H.4. 6. 6 }
- H.4 7. 4 教材作成のHOW TOについての再確認と今後の計画
- H.4. 8. 8 } 教材作成のHOW TOにそっての教材開発と検討修正
H.4. 9. 5 } 1年「文字の式」「方程式」2年「不等式」
H.4.10. 3 } 3年「平方根」「二次方程式」「三平方の定理」
H.4.11. 7 }
- H.4.12. 5 研究報告書の項目立てと執筆分担
- H.5. 1.16 上智大学加藤幸次教授をお招きして、研究報告書の内容検討と学習会
- H.5. 3. 6 第1回執筆原稿の検討、執筆内容の調整
- H.5. 3.30 第2回執筆原稿の検討、執筆内容の調整
- H.5. 4.24 第3回執筆原稿の検討、執筆内容の調整
- H.5. 5. 1 研究報告書最終検討

IV 教材開発の手法

1. 教材開発の基本的な考え方

ブルーム・ブロックの完全習得学習をひとつのよりどころとして、一斉指導後、診断テ

ストを実施し、生徒の習熟度に応じて一斉指導を補完するための個別学習に入っていくという指導の流れをとる。しかし、本研究を通して開発する教材は、生徒全員が同じ目標に到達することを目的とするのではなく、一人ひとりの生徒がつまづいている最初の段階を解消させるべく教材を開発する。つまり、すべての学習者に基礎・基本を習得させることをねらいとした。もちろん、習熟度に応じた教材といっても、限られた教育資源と実践の可能性の観点から、各単元で、小単元ごとに少なくとも3種類、多くても6種類ほどの補充・深化・発展の教材開発に努めた。

数学では、一つの単元内でも一般に後にある内容の方が難しい。後の方の内容は前の内容を基礎にしているからである。そこで、例えば教科書の例題につけられている問いの中から1題ずつ選んだり、その類題を作ったりして診断テストを構成することを考えてみる。そのようにして作れば、得点数によって、どのあたりまで習得されているものかが明らかにされるものと考えられる。だから、正答率が30%以下なら基礎的なこともわかっていないとか、80%以上なら一斉指導で行った指導内容はほぼ理解されているというように判断できると考えがちである。事実そうであれば、コース別学習のコース設定は、非常に楽なものになる。ところが、そのような診断テストでは、うまくいかないことがこれまでの実践の中から明らかになってきた。もっと細心の注意を払って診断テストをはじめとする教材を開発していかなければならないのである。以下に、習熟度に応じたコース別学習の進め方、そこで使用する教材群について述べる。

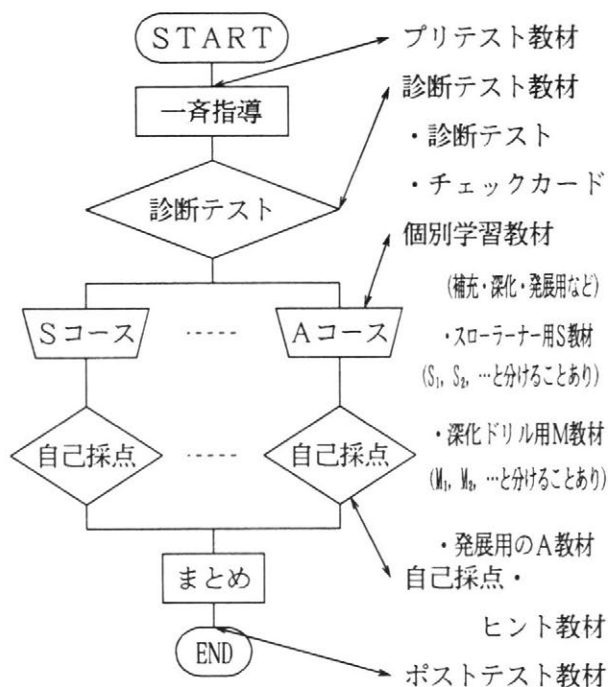
2. 実践学習プログラム（指導の流れ）

授業は、次に示す〔図1〕〔表1〕の方法によった。

表1 一斉指導補充・深化型学習

① 教科書を用いて一斉指導を行う。
② 一斉指導の理解の程度を調べるために「診断テスト」を行う。
③ テストの結果に応じたコース（S, M, A, …）の教材を用いた学習を行う。 （一斉指導の補充・深化のための「個別学習」）
④ コースの学習が終わったら進捗状況を把握するテストを行う。
⑤ 診断テスト、コース別学習の時間確保のため、①の「一斉指導」の時間は、総時間数の70～80％程度におさえる。
⑥ 「①～⑤」をサイクルとして授業を進める。

図1 学習モデルと教材



3. 診断テストとチェックカード

一口に診断テストといっても、診断すべき項目の掘り起こし方や診断すべき内容から考えると、本研究で開発した診断テストは次の3種類に分類できるように思う。

「パターン別」 …… 方程式のようにパターン化された問題において、どんなパターンの問題に弱点があるかを診断するもの

「難易度別」 …… 円周角のように基礎から発展までの問題のうち、どの段階でつまづいているかを診断するもの

「指導項目別」……… 平方根の単元のように指導内容（項目）が豊富にあるものでは、
どの指導内容（項目）につまずきがあるかを診断するもの

ところで、教材を開発し実践を進めていく過程で、診断テストについて次のようなことが我々の間で問題にされたことがある。それは、診断テストの実施時間についてである。当然のことながらテストをやり終えるまでの時間には個人差があるので、遅い生徒でも最後の問題まで目を通せるだけの時間を想定して実施時間を定めるのだが、早くできてしまった生徒にとって待っている時間が無駄になるという問題である。できた生徒からコース別学習に順次入っていくという方法が効率的であるようにも考えられるが、普通教室でこの方法による学習を実施する場合は適した方法とはいえないように思う。まだ終わっていない生徒が気を取られて焦りを覚えるであろうし、早くできる生徒も見直しを十分にせずケアレスミスをしてしまうことも十分に考えられるからである。しかし、習熟度別学習に適したオープンスペースがある場合やチームティーチングを組んでいるときなどは、できた生徒からコース別学習に移っていくという方法も有効であると考えられる。

診断テストを自己採点してコース選択をするための材料になるのがチェックカードである。コース選択の指針は、チェックカードに「指示」として提示しているが、これは絶対的なものではなく、あくまでもひとつの参考であると生徒に指導している。ケアレスミスによるまちがいは当然あるであろうから、「指示」を参考にして自分にあったコースを選択するよう指導している。こういう指導に対して、生徒が見栄を張ったりして、誤ったコース選択をするのではないかという不安もあったが、その心配は全く無用であった。もちろん、コース別学習の意義が生徒にしっかり理解された上での話である。生徒は、“テスト”という言葉に非常に敏感である。だから、診断テストの意味、コース別学習の意義をしっかりと理解させておく必要がある。具体的には、診断テストは、成績には関係なく、これまでの学習で不足しているところを見つけ、コース別学習でその不足しているところを補うのであるから正直に自分の力を判断することが大切であること、また、そうしなければかえって損をすることになりかねないことを周知徹底させておくことである。

4. 学習シート

診断テスト終了後、チェックカードで自己採点し、チェックカードで指示されたコースの学習を進めるための教材（学習材）が学習シートである。習熟度の低い生徒を対象とし、基礎基本の補充と定着を図るためのSコースと、深化、あるいは発展学習を進めさせるためのMコース、Aコースを通常は用意する。指導内容や、診断項目によっては、Sコース

やMコースについては、S1, S2, . . . とかM1, M2, . . . とかに分けて教材（学習材）を用意することがある。

各学習シートは、自学自習できるように工夫している。SコースやMコースの学習シートでは、例題を提示し、その解法を穴埋め形式で示すことにより、自然に理解できるように配慮している。その後、類題を解かせることにより、定着を図っている。また、発展学習のためのAコースでは、ヒントを用意して生徒が自分ひとりの力で解決し、自分の力を伸ばすことができるように配慮している。やり終えた後の答合わせも各自できるように、模範解答を各学習シートの裏面に印刷し、半分ずつ折り返して答合わせができるように工夫している。

ところで、上述のような配慮で学習シートを開発したが、習熟度の低い生徒を対象にしたSコースの学習シートでは、どうしても解説が多くなり、学習シートの文字量が多くなるために、学習者に「むずかしい」という印象を与えてしまうことがある。図式化するなりして文字量を減らす工夫も試みているが、それでもやはり他の学習シートに比べると文字量は多くなる。今後このあたりのことに改良を加えていく必要があるのであろうが、MコースやAコースの生徒が自学自習できるのであれば、このままでもよいように思う。なぜなら、教師が対応してやればよいからである。この開発された教材により自学自習できる生徒が何人かできることにより、教師は真に個別指導を必要としている生徒への指導にあたるようになるからである。

V 教材開発の実際

1. 1年「方程式」

(1) 指導の流れ

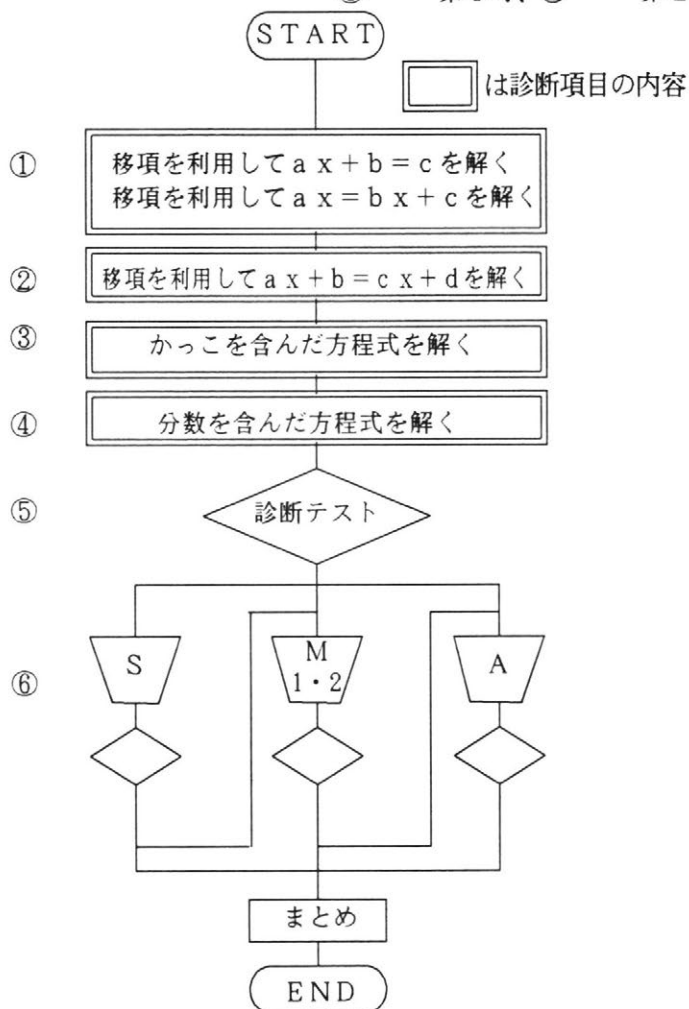
単元全体の指導時間は合計13時間とし、指導計画を次のように考えた。「方程式とその解」（3時間）「方程式の解き方」（6時間）については、全員の生徒が解の意味を理解し、実際に方程式を解くことができる必要があるため、一斉指導をすることとした。その後、学習のスピードに応じ、コース別学習を取り入れることで、方程式の解き方の習熟をはかることにした。そのために「方程式の解き方」の学習の最後に2時間のコース別学習を設定した。

2時間のコース別学習には、診断テスト（約15分）と自己採点・コース選択の時間（約5分）も含むこととした。

この単元では方程式の解法の習熟をはかることに力点を置いたため「方程式の利用」については4時間の指導を一斉指導で行うこととした。

方程式の解き方 (6時間完了)

① … 第1時、② … 第2時を表す



(図1) 流れ図

(2) 開発した教材

① 診断項目と診断テスト

「方程式の解き方」では、

- ・整数係数の一元一次方程式を移項を使って解くこと
- ・かっこのある整数係数の一元一次方程式を解くこと

を基礎・基本と考えた。

さらに、深化・発展のコースに進む生徒を診断するために

- ・分数係数の一元一次方程式を解くこと

・分子が多項式である一元一次方程式を解くこと
も必要であると考え、診断テスト（資料1-1）チェックカード（資料1-2）を作成した。

② 診断テスト問題の考察

診断テストの結果は表1のようであった。

(表1)

問題	正答率%	主な誤答例
(1)	94.2	
(2)	94.2	12
(3)	90.8	10
(4)	78.6	10
(5)	87.4	1
(6)	88.3	-3
(7)	84.0	9
(8)	56.3	$4 - \frac{4}{3} - 1 \quad 2 - \frac{1}{4} \quad 1$
(9)	70.4	$-\frac{20}{7} \quad \frac{20}{7} \quad \frac{7}{20} - \frac{9}{7}$

- ・(1)1度だけ移項するもの、(2)両辺をxの係数で割るもの、の2つの問題については、方程式を解くうえで、基礎・基本として考えられる内容である。したがって正答率は高かったが、(3)移項し、両辺をxの係数で割るもの、(4)項が3つで、移項操作が2回あるもの、(5)項が4つで、移項操作が2回あるもの、のように操作活動が2つ以上あったり、組み合わせられているものでは正答率が下がる傾向にある。特に、項の数が増えるとそれに伴って、移行したときの符号の間違いが増えたり、答にマイナスをつけ忘れるミスが多くなった。このように方程式の解法としては理解できていても、というっかりとしたミスも大いに考えられることから、5問中4問の正解があればSコースをクリアさせることとした。
- ・かっこををはずしてから方程式を解く問題では(6)かっこが1つある、(7)かっこが2つある、について診断したが、大きな差異は見られなかった。
- ・(8)分数係数のもの、(9)分数係数で分子が多項式のもの、については正答率が低いが、方程式に限らず分数に対する苦手意識から来るものと考えられる。特に(9)よ

りも(8)の方が正答率が低いのは、整数と分数が混ざっているためと考えられる。分数の問題では分母を払って考えればいいが、(8)では払わずに通分してとこうとした生徒も相当数いた。

- ・問題については難易度順に並べ、それぞれの項目についてはできるだけ解法が1種類になるように努めたが、(6)のように診断項目とは違い両辺を7で割る方法もある。このような解法で解いた生徒は206名中1名であった。
- ・生徒は15分以内に診断テストを終えており、実施時間15分は適当であったと思われる。特に、計算が速く、理解が確かな生徒は5分程で診断テストを終了した。このように、診断テストが早く終わった生徒については、順次チェックカードによりチェックさせてコース別学習に進ませるようにした。
- ・診断項目の基本問題については、約88%の正答率を示しており、診断問題としての妥当性は高いといえる。また、診断テストの結果をSP分析したところ(資料1-3)のような結果になった。

③ 各学習シートの考察

<Sコース> (資料1-4)

Sコースは移項をして方程式を解く問題についての理解を確実にするものである。例題1については、移項操作だけで解ける問題、 x の係数が両辺を割る問題、および定数項を移項し、正の整数で割る問題とし、方程式の解き方を復習させた。

類題としてそれぞれの形式の問題を3問解かせて、基本的なものについての理解を深めた。

例題2については、マイナスの係数で割る問題、移項操作が2回必要な問題、項が4つの問題と順を追って進ませた。類題としては8問解かせたが、正の数、負の数の計算が理解できていない2名を除いて全員がクリアできた。

<M1コース> (資料1-5)

M1コースはかっこをはずして、方程式を解くことができるようにするコースである。

例題1については、かっこを1つとし、分配法則を使ってかけさせる数も正の整数とした。まず、かっこをはずした式を書き、それから移項、同類項をまとめる、 x の係数で割るという手順を大切にさせた。類題は4問としたが、かっこの位置を左辺から右辺に順に動かし、かっこをはずすことに習熟させるとともに、移項のさいの符号にも注意させるようにした。

例題2ではかっこを2つとし、かける数も正の数と負の数の2つにした。正の数で

はうまくかっこがはずせた生徒の中でも負の数をかけることになると符号の間違が増える傾向にあった。特に、類題2の(4)の、かっこの前にただマイナスがついているだけの問題で符号の間違が多くなった。類題では、(3)から後の問題での符号の間違が多くなり、個別指導の必要性を感じた。

<M2コース> (資料1-6)

例題1では分数の項ばかりのものを解かせた。分母をはらった後にかっこをはずす必要がないような問題にし、分数の分母をはらうことだけに着目させて、方程式を解かせた。これは、分母のはらい方の復習のためである。

類題1では分子を多項式にしたものも出題した。これはかっこを使って式を展開しなくてはならないが、M1コースをクリアしてきた生徒ばかりのため特に問題はないと判断した。ただし、例題ではふれてないので、正の数をかける問題に限ることにした。この例題1、類題1で分数の方程式が解けるようになった生徒も何人かいた。例題2では、分数部分と整数部分がまざった方程式を解かせた。これによって整数部分を何倍かすることを忘れないように注意を促した。

類題2では両辺の分数の形式の組み合わせを変え、それぞれの形式の問題が解けるように工夫した。

<Aコース> (資料1-7)

Aコースは方程式の計算の発展コースである。分数係数や小数係数の方程式やかっこをはずす問題等を15問出題した。小数係数の方程式は教科書でもほとんど出題されていないので、ここで扱うこととした。また、特殊な解法のある問題として両辺を同じ数で割って、簡単にしてから解く問題を5問出題した。

他のコースからAコースに進んできた生徒には、問題数も適当であったと思われるが初めからAコースにいた生徒にはやや問題数が不足した感じであった。そのため、速く、正確にできた生徒には他の困っている生徒に教えさせたり、他の問題にあたらせたりした。

④ 進んだコース

<それぞれのコースを学習した人数>

コース	Sコース	M1コース	M2コース	Aコース
割合%	13.1	14.1	41.7	68.4

(3) 指導を終えて

各コース共に、つまづきを解消し、方程式の解法に習熟させようと段階をおって問題を作成した。そのため、大半の生徒は自分の力で問題を解くことができた。解法が分からないときも、例題を解くことによって、解き方を理解したようであった。また、どうしても分からないときは、解答を見ることにより理解したり、教師や友達の説明から理解したようであった。授業に向かう姿勢も通常のプリントにおける学習よりも意欲的に授業に取り組んでいるようであった。これも、自らの手で理解できたという喜びにほかならないと感じた。

Aコースに進んだ生徒には、解説のない問題を与えたが、その問題数がやや少ない感じがした。計算領域ではどうしても計算のスピードに大きな差が現れる。その結果、わずかな時間でAコースのプリントを終了した生徒もかなりたくさんいた。これらの生徒のためにもう少し、同様の問題を増やしても良かった。

診断テスト

1年 組 番 氏名

1. 次の方程式を解け。

(1) $x - 5 = -2$

(2) $3x = 15$

(3) $2x + 5 = 17$

(4) $6x + 20 = 4x$

(5) $7x - 2 = 3x + 6$

(6) $7(x - 5) = 14$

(7) $4(3 + x) = 5(6 - x)$

(8) $\frac{1}{4}x - 1 = \frac{1}{2}x$

(9) $\frac{2x + 1}{3} = \frac{5x - 8}{4}$

チェックカード (方程式)

1年 組 番 氏名

番号	解答	チェック	コース別学習のための指示
(1)	$x = 3$		<ul style="list-style-type: none"> • 正解 4 問以上……………合格 • 正解 3 問以下……………S コース
(2)	$x = 5$		
(3)	$x = 6$		
(4)	$x = -10$		
(5)	$x = 2$		
(6)	$x = 7$		<ul style="list-style-type: none"> • 正解 2 問……………合格 • 正解 1 問以下……………M1 コース
(7)	$x = 2$		
(8)	$x = -4$		<ul style="list-style-type: none"> • 正解 2 問……………合格 • 正解 1 問以下……………M2 コース
(9)	$x = 4$		

※正解ならチェック欄に○印をつけよう。

※指示にあてはまるコースへ進もう。

※すべて合格ならAコースへ進もう。

資料1-3

<< 標題 : 1ｼﾞﾎﾞｳﾃｲｼｷ >>

*** S-P 表 ***

学年 = 1

ｸﾗｽ = 2

問題数 = 9

生徒数 = 38

問題

学習者	1	2	3	5	6	4	7	9	8	得点	正答率	注意係数
202	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	9	1.00	0.00
204	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	9	1.00	0.00
212	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	9	1.00	0.00
214	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	9	1.00	0.00
215	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	9	1.00	0.00
234	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	9	1.00	0.00
236	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	9	1.00	0.00
237	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	9	1.00	0.00
240	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	9	1.00	0.00
241	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	9	1.00	0.00
247	1	1	1	1	1	1	1	1	1.1+	9	1.00	0.00
239	1	1	1	1	1	1	1	1.0:		8	0.89	0.00
209	1	1	1	1	1	1	1	1.0:		8	0.89	0.00
243	1	1	1	1	1	1	1	1.0:		8	0.89	0.00
248	1	1	1	1	1	1	1	1+0		8	0.89	0.00
246	1	1	1	1	1	1	1	0+1		8	0.89	0.65
238	1	1	1	1	1	0	1	1+1		8	0.89	0.97
208	1	1	1	0	1	1	1.1+1			8	0.89	1.22
207	1	1	1	1	1	1	1.0:0			7	0.78	0.00
245	1	1	1	1	1	1	1.0:0			7	0.78	0.00
213	1	1	1	1	1	1	0.1:0			7	0.78	0.18
235	1	1	1	1	1	0	1.1:0			7	0.78	0.24
201	1	1	1	1	1	0.1+1	0			7	0.78	0.24
231	1	1	1	1	1	1.0:0	0			6	0.67	0.00
218	1	1	1	1	0	1.1:0	0			6	0.67	0.17
244	1	1	1	1	0	1+1	0	0		6	0.67	0.17
232	1	1	1	1	1:0.0	1	0			6	0.67	0.22
216	1	1	1	0	1:1.1	0	0			6	0.67	0.22
220	1	1	0	1:1.1	0	1	0			6	0.67	0.44
242	1	1	1+1	0.1	0	0	0	0		5	0.56	0.11
233	1	1:1.0	0	0	0	0	0	0		3	0.33	0.00
217	.1:0	0.1	1	0	0	0	0	0		3	0.33	0.29
210	**	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0.00	0.00
219	**	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0.00	0.00
203	**	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0.00	0.00
206	**	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0.00	0.00
211	**	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0.00	0.00
205	**	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0.00	0.00

正答者数 3 3 3 2 2 2 2 2 1
2 1 0 9 8 6 5 2 4

注意係数 0 0 0 0 0 0 0 0 0
.
0 0 0 1 0 1 0 0 0
0 0 7 3 7 1 2 7 0

注意マーク

平均正答率 = 0.693 差異係数 (D*) = 0.195

『方程式』

Sコース

1年組 番氏名 _____

簡単な方程式を移項を使って解けるようにしよう!

方程式を解く手順

1. 文字を含む項を左辺に、数の項を右辺に集める。
2. $ax = b$ の形にする。
3. 両辺をxの係数aでわる。

《例題1》

(1) $x - 3 = -5$

-3を移項して

$x = -5$
 $x = \underline{\quad}$

(2) $3x = 6$

両辺をxの係数3でわって

$x = \underline{\quad}$

(3) $7x + 4 = 18$

+4を移項して

$7x = 18$
 $7x = \underline{\quad}$
 $x = \underline{\quad}$

両辺をxの係数7でわる

《類題1》

・次の方程式を解け。

(1) $x - 6 = -9$

(2) $4x = -28$

(3) $5 + 3x = 14$

〈解答〉

《例題2》

(1) $-6x + 7 = 25$

+7を移項して

$-6x = 25$
 $-6x = \underline{\quad}$
 $x = \underline{\quad}$

両辺をxの係数___でわる

(2) $7x + 14 = 5x$

xの項を左辺に数字の項を右辺に移項して

$7x \underline{\quad} = \underline{\quad}$
 $\underline{\quad}x = \underline{\quad}$
 $x = \underline{\quad}$

同類項をまとめて

両辺をxの係数でわる

(3) $5x + 12 = -3x - 4$

xの項を左辺に数字の項を右辺に移項して

$5x \underline{\quad} = -4 \underline{\quad}$
 $\underline{\quad}x = \underline{\quad}$
 $x = \underline{\quad}$

同類項をまとめて

両辺をxの係数でわる

《類題2》

・次の方程式を解け。

(1) $3 - 5x = 18$

(2) $-5x = 24 + x$

(3) $5x - 24 = -3x$

(4) $4x = 4 + 6x$

<解答>

《例題2》

- (1) $-6x = 25 - 7$
 $-6x = 18$ (-6)
 $x = -3$
- (2) $7x - 5x = -14$
 $2x = -14$
 $x = -7$
- (3) $5x + 3x = -4 - 12$
 $8x = -16$
 $x = -2$

《類題2》

- (1) $3 - 5x = 18$
 $-5x = 18 - 3$
 $-5x = 15$
 $x = -3$
- (2) $-5x = 24 + x$
 $-5x - x = 24$
 $-6x = 24$
 $x = -4$
- (3) $5x - 24 = -3x$
 $5x + 3x = 24$
 $8x = 24$
 $x = 3$
- (4) $4x = 4 + 6x$
 $4x - 6x = 4$
 $-2x = 4$
 $x = -2$

<解答>

『方程式』 Sコース解答

《例題1》

- (1) $x = -5 + 3$
 $x = -2$
- (2) $x = 2$
- (3) $7x = 18 - 4$
 $7x = 14$
 $x = 2$

《類題1》

- (1) $x - 6 = -9$
 $x = -9 + 6$
 $x = -3$
- (2) $4x = -28$
 $x = -7$
- (3) $5 + 3x = 14$
 $3x = 14 - 5$
 $3x = 9$
 $x = 3$

資料 1 - 4

$$(5) \quad 3x - 9 = 2x - 4$$

$$(6) \quad 3x + 1 = x + 7$$

$$(7) \quad 3x - 7 = 6x + 8$$

$$(8) \quad x - 1 = 5x - 9$$

<解答>

$$(5) \quad 3x - 9 = 2x - 4$$

$$3x - 2x = -4 + 9$$

$$x = 5$$

$$(6) \quad 3x + 1 = x + 7$$

$$3x - x = 7 - 1$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$$(7) \quad 3x - 7 = 6x + 8$$

$$3x - 6x = 8 + 7$$

$$-3x = 15$$

$$x = -5$$

$$(8) \quad x - 1 = 5x - 9$$

$$x - 5x = -9 + 1$$

$$-4x = -8$$

$$x = 2$$

かっこを含んだ方程式を解けるようにしよう!

- 方程式を解く手順
1. かっこがあればかっこをはずす。
 2. 文字を含む項を左辺に、数の項を右辺に集める。
 3. $ax = b$ の形にする。
 4. 両辺をxの係数aでわる。

《例題1》

$$5(x-8) = x$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = x$$

かっこをはずして

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

移項して

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

左辺をまとめて

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

xの係数で両辺をわって

《類題1》

・次の方程式を解け。

(1) $2(x+1) = x+3$ (2) $x+2(x-4) = 4$

(3) $5x-8 = 2(x-1)$ (4) $2x = 10+3(5-x)$

〈解答〉

《例題2》

$$-2(x+3) = 5(6-x)$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

かっこをはずして
左辺は-2を、右辺は5をかけて

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

移項して

$$\underline{\hspace{2cm}} x = \underline{\hspace{2cm}}$$

両辺をまとめて

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

xの係数で両辺をわって

《類題2》

・次の方程式を解け。

(1) $3(x-8) = 9(4-x)$ (2) $-3(2x-4) = 5(x-2)$

(3) $11-2(7x-2) = 1$ (4) $2(x+1) - (x-1) = 4$

(5) $3(x-1) - 2(x-5) = 1$

<解答>

《例題2》

$$\begin{aligned} -2x - 6 &= 30 - 5x \\ -2x + 5x &= 30 + 6 \\ 3x &= 36 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

《類題2》

・次の方程式を解け。

$$\begin{aligned} (1) \quad 3(x - 8) &= 9(4 - x) \\ 3x - 24 &= 36 - 9x \\ 3x + 9x &= 36 + 24 \\ 12x &= 60 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad -3(2x - 4) &= 5(x - 2) \\ -6x + 12 &= 5x - 10 \\ -6x - 5x &= -10 - 12 \\ -11x &= -22 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad 11 - 2(7x - 2) &= 1 \\ 11 - 14x + 4 &= 1 \\ -14x &= 1 - 11 - 4 \\ -14x &= -14 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad 2(x + 1) - (x - 1) &= 4 \\ 2x + 2 - x + 1 &= 4 \\ 2x - x &= 4 - 2 - 1 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \quad 3(x - 1) - 2(x - 5) &= 1 \\ 3x - 3 - 2x + 10 &= 1 \\ 3x - 2x &= 1 + 3 - 10 \\ x &= -6 \end{aligned}$$

<解答>

『方程式』 M1 コース解答

$$\begin{aligned} \text{《例題1》} \quad 5x - 40 &= x \\ 5x - x &= 40 \\ 4x &= 40 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

《類題1》

$$\begin{aligned} (1) \quad 2(x + 1) &= x + 3 \\ 2x + 2 &= x + 3 \\ 2x - x &= 3 - 2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad x + 2(x - 4) &= 4 \\ x + 2x - 8 &= 4 \\ x + 2x &= 4 + 8 \\ 3x &= 12 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad 5x - 8 &= 2(x - 1) \\ 5x - 8 &= 2x - 2 \\ 5x - 2x &= 8 - 2 \\ 3x &= 6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad 2x &= 10 + 3(5 - x) \\ 2x &= 10 + 15 - 3x \\ 2x + 3x &= 10 + 15 \\ 5x &= 25 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

分数を含んだ方程式を解けるようにしよう！

方程式を解く手順

1. 分母をはらう。
2. 文字を含む項を左辺に、数の項を右辺に集める。
3. $ax = b$ の形にする。
4. 両辺をxの係数aでわる。

《例題1》

$$\frac{x-3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$4 \left(\frac{x-3}{4} \right) = 4 \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 2$$

← ← ←

両辺に4をかけて、分母をはらうと

_____ = _____ 移項して

x = _____

《類題1》

・次の方程式を解け。

(1) $\frac{x-1}{3} = \frac{x-3}{6}$

(2) $\frac{5x+1}{4} = \frac{3}{2}x$

(3) $\frac{x-1}{2} = \frac{3x-1}{4}$

《例題2》

$$\frac{x-3}{6} = \frac{1}{2}x - 2$$

$$6 \left(\frac{x-3}{6} \right) = 6 \left(\frac{1}{2}x - 2 \right)$$

$$\underline{2} \left(\underline{\hspace{2cm}} \right) = 3x - \underline{\hspace{2cm}}$$

←

_____ = _____

_____ = _____

_____ = _____

x = _____

両辺に6をかけて、分母をはらう

かっこをはずして

移項して

xの係数で両辺を割って

《類題2》

・次の方程式を解け。

(1) $\frac{1}{2}x - 1 = \frac{5}{6}x + 2$

(2) $\frac{x+1}{2} = \frac{1}{3}x + 1$

(3) $\frac{2x-5}{3} = \frac{x+5}{2}$

<解答>

《例題2》

$$\begin{aligned}2(x-3) &= 3x-12 \\ \underline{2x-6} &= \underline{3x-12} \\ \underline{2x-3x} &= \underline{-12+6} \\ \underline{-x} &= \underline{-6} \\ x &= \underline{6}\end{aligned}$$

《類題2》

$$\begin{aligned}(1) \quad 6\left(\frac{1}{2}x-1\right) &= 6\left(\frac{5}{6}x+2\right) \\ 3x-6 &= 5x+12 \\ 3x-5x &= 12+6 \\ -2x &= 18 \\ x &= -9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad 6\left(\frac{x+1}{2}\right) &= 6\left(\frac{1}{3}x+1\right) \\ 3(x+1) &= 2x+6 \\ 3x+3 &= 2x+6 \\ 3x-2x &= 6-3 \\ x &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad 6\left(\frac{2x-5}{3}\right) &= 6\left(\frac{x+5}{2}\right) \\ 2(2x-5) &= 3(x+5) \\ 4x-10 &= 3x+15 \\ 4x-3x &= 15+10 \\ x &= 25\end{aligned}$$

<解答>

『方程式』 M2コース解答

$$\begin{aligned}\text{《例題1》} \quad x-3 &= 2 \\ \underline{x} &= \underline{2+3} \\ \underline{x} &= \underline{5}\end{aligned}$$

《類題1》

$$\begin{aligned}(1) \quad 6\left(\frac{x-1}{3}\right) &= 6\left(\frac{x-3}{6}\right) \\ 2(x-1) &= x-3 \\ 2x-2 &= x-3 \\ 2x-x &= -3+2 \\ x &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad 4\left(\frac{5x+1}{4}\right) &= 4\left(\frac{3}{2}\right)x \\ 5x+1 &= 6x \\ 5x-6x &= -1 \\ -x &= -1 \\ x &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad 4\left(\frac{x-1}{2}\right) &= 4\left(\frac{3x-1}{4}\right) \\ 2(x-1) &= 3x-1 \\ 2x-2 &= 3x-1 \\ 2x-3x &= -1+2 \\ -x &= 1 \\ x &= -1\end{aligned}$$

いろいろな種類の方程式を解けるようにしましょう！

方程式を解く手順

1. カッコがあればカッコをはずし、分数があれば分母をはらう。
2. 文字を含む項を一方の辺に、数の項を他方の辺に集める。
3. $ax=b$ の形にする。
4. 両辺を x の係数 a でわる。

《例題1》

・次の方程式を解け。

(1) $\frac{1}{3}x = 2$

(2) $\frac{5}{6}x = -\frac{5}{3}$

(3) $8 - (x + 2) = 5$

(4) $-2(x + 3) = 4 - (7x - 5)$

(5) $\frac{x}{3} = \frac{x}{4} - 4$

(6) $\frac{1}{3}x + 1 = \frac{1}{6}x - 2$

(7) $1.5x + 0.6 = 2.1$

(8) $0.2x + 1.1 = 3.5 - 0.1x$

(9) $0.6x + 0.7 = 4.3 - 1.2x$

(10) $0.3(x - 2) = 0.1(4 + x)$

(11) $\frac{x}{2} = \frac{3 - x}{4}$

(12) $\frac{2x - 5}{4} = \frac{5x - 2}{12}$

(13) $\frac{2x + 4}{5} = \frac{x + 1}{2}$

(14) $\frac{2}{3}(x + 2) - \frac{3}{7}(x - 5) = 3$

<解答>

(7) $x = 1$

(8) $x = 8$

(9) $x = 2$

(10) $x = 5$

(11) $x = 1$

(12) $x = 13$

(13) $x = 3$

(14) $x = -2$

<解答>

『方程式』 Aコース解答

(1) $x = 6$

(2) $x = -2$

(3) $x = 1$

(4) $x = 3$

(5) $x = -48$

(6) $x = -18$

資料1-7

$$(15) \quad \frac{3x+4}{2} - \frac{x-1}{3} = 7$$

※両辺に同じ数をかけたり、同じ数で割ったりして、式を簡単にしてから方程式を解いてみよう。

$$(1) \quad 200x - 400 = 800$$

$$(2) \quad 180x - 210 = -90x + 60$$

$$(3) \quad 4(x-1) = 16$$

$$(4) \quad 5x = 10(6-x)$$

$$(5) \quad 6x - 9(2-x) = 12$$

<解答>

(15) $x = 4$

(1) $200x - 400 = 800$

$$2x - 4 = 8$$

$$2x = 8 + 4$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

(2) $180x - 210 = -90x + 60$

$$18x - 21 = -9x + 6$$

$$18x + 9x = 6 + 21$$

$$27x = 27$$

$$x = 1$$

(3) $4(x - 1) = 16$

$$x - 1 = 4$$

$$x = 4 + 1$$

$$x = 5$$

(4) $5x = 10(6 - x)$

$$x = 2(6 - x)$$

$$x = 12 - 2x$$

$$x + 2x = 12$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

(5) $6x - 9(2 - x) = 12$

$$2x - 3(2 - x) = 4$$

$$2x - 6 + 3x = 4$$

$$2x + 3x = 4 + 6$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

2. 2年「式の計算」

(1) 指導の流れ

2年生の「式の計算」では、1年生での「文字の式」を発展させ、今後学習する「連立方程式」や「一次関数」などでの式を自由に取り扱えるようにすることを目的としている。そしてその内容は「§1式の加法・減法」と「§2式の乗法・除法」と「§3文字式の利用」の3つに分かれている。新学習指導要領では「§2式の乗法・除法」で、単項式と多項式の乗除の計算が省かれ、軽く扱うようになった。また、「§3文字式の利用」では、文字式を利用して整数の性質や数量の関係を説明することと、必要に応じて自由に等式を変形する指導をすることになる。このうち、文字式を利用した説明は習熟度に応じたコース別学習に適した内容ではないと考え、コース別学習では取り上げないこととした。そのため、単元を大きく「§1式の加法・減法」「§2式の乗法・除法、等式変形」の2つに分け、それぞれのセクションごとに、一斉指導、コース別指導を行うことにした。2つのセクションともに、診断テストとその解答に20分、学習シートによるコース別学習を1時間ずつ当てることにした。授業の流れは図1のようである。

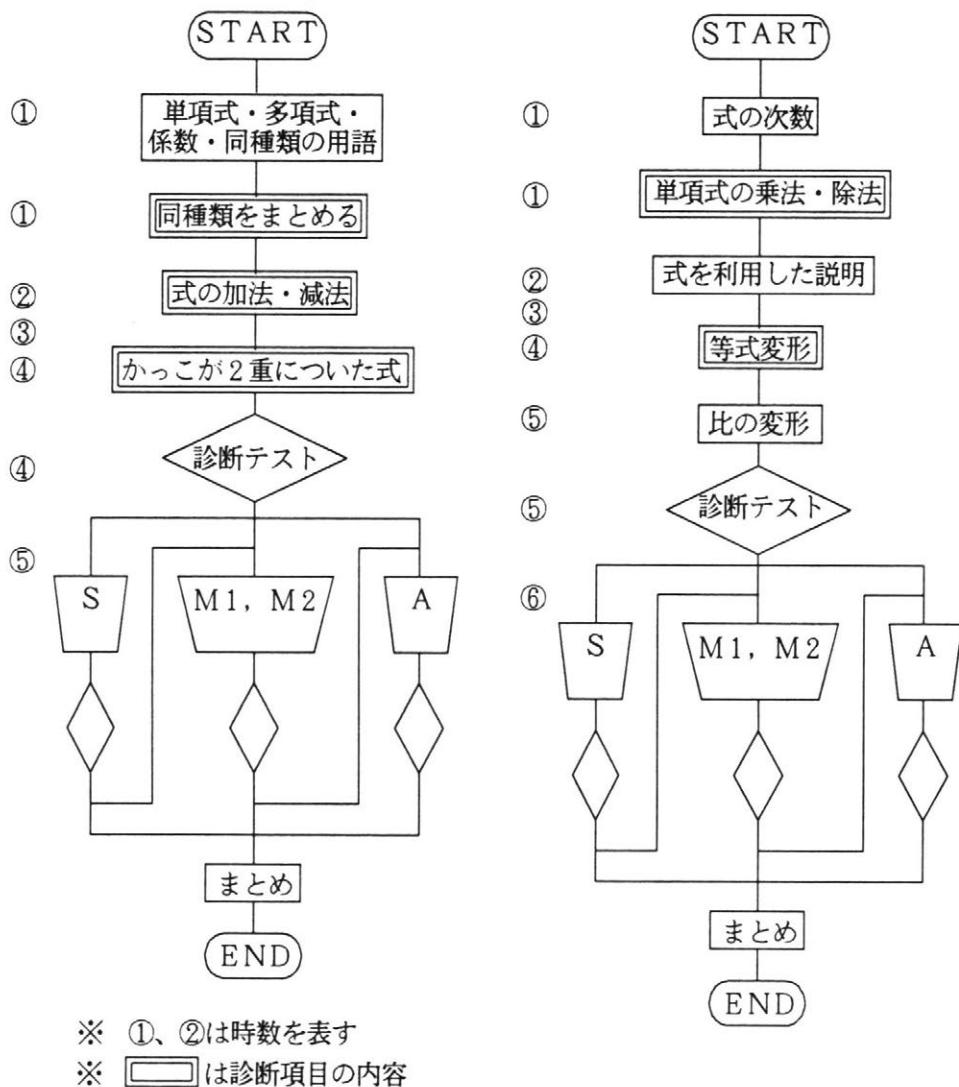


図1 流れ図

(2) 開発した教材

① 診断項目と診断テスト

「§ 1 式の加法・減法」では、

- ・多項式の同類項をまとめること
- ・かっこのついた式の加法・減法の計算をすること

を基礎・基本と考えた。また、深化、発展のコースに進む生徒を診断するために、

- ・かっこが2重に付いた式を簡単にする

も必要と考え、診断テスト（資料2-1）とチェックカード（資料2-2）を作成した。

「§2式の乗法・除法、等式変形」では

- ・単項式同士の乗除の計算ができること
を基礎・基本と考えた。さらに、乗除の計算を深めるものとして前小単元の加減と合わせた
- ・加減乗除の混ざった式の計算ができること
をこの小単元の深化、発展に進む生徒を診断するために取り入れることにした。また、今後式を自分の思うように使っていくためには式の変形が自在にできなくては行けない。そこで本大単元の発展として
- ・等式変形ができること
を診断することにしてテスト（資料2-3）とチェックカード（資料2-4）を作成した。

② 診断テスト問題の考察

「§1式の加法・減法」の診断テストの結果は表1の通りであった。

問題1では、多項式を同類項をまとめて簡単にできるか診断した。整数係数の(4)までの問題は正答率が90%と良くできていたが、(5)の小数係数の問題、(6)の分数係数の問題になると極端に正答率が落ちた。これらの誤答の中には(5)では式を10倍、(6)では式を24倍して、それぞれを整数係数の式にしてしまうものが目立った。方程式での計算手順と混乱している生徒が多くいたためと考えられる。問題1を4問以上正解でSコースをクリアさせ、小数、分数の問題はAコースで解かせることにした。小数、分数が入っても式の計算の仕組みに変わりはないので、小数、分数につまずいている生徒はAコースで十分に治療可能と考えたためである。

問題2では、かっこのついた式の加減の計算ができるか診断した。整数係数の問題ばかりであったこともあり、4問とも正答率が90%を超えた。

問題3では、かっこが2重についた式を簡単にできるか診断した。複雑になるにつれて正答率は下がっている。一斉指導で、「内側のかっこから一つずつはずせ」と指導したが、それをめんどろがる生徒が一度に二重かっこをはずし、符号のミスをしているのが目立った。

表1 「§1式の加法・減法」診断テスト結果

問 題	正答率%	主 な 誤 答 例	
1.	(1)	95	
	(2)	95	
	(3)	92	
	(4)	89	
	(5)	70	$-7x^2 - xy$, $-xy - 7x^2$, $2x^2 - xy$
	(6)	54	$-3y + 6x$, $\frac{3}{12}x - \frac{1}{8}y$, $\frac{6x - 3y}{24}$, $\frac{6}{24}x - \frac{3}{24}y$
2.	(1)	89	
	(2)	95	
	(3)	92	
	(4)	95	$5a - 6b$
3.	(1)	92	
	(2)	81	$-2x - 12y$
	(3)	76	$2x^2 - 3x + 2$, $2x^2 - 3x - 2$
	(4)	70	$-6a + 5b$

「§2式の乗法・除法、等式変形」の診断テストの結果は表2の通りであった。

問題1では、単項式の乗除の計算ができるか診断した。(7)までの問題が90%以上の正答率を示しているのに対し、(8)では30%しか正答率がない。(6)までは2つの単項式の乗除の計算、(7)(8)が3つの単項式の乗除の混じった計算であるが、(7)と(8)の正答率には大きな差がある。この差が出てくる原因として次のようなことが考えられる。

- ・(8)が分数係数であるのに対し(7)は整数係数である。
- ・(7)は左から順に計算すれば簡単に計算できるのに対し、(8)では左から順に計算すると、分母に文字のくる分数になってしまう。
- ・(8)では後ろの2つの単項式のかけ算から計算してはいけない。
- ・かっこの中に指数がある場合と外にある場合との計算の仕方が理解できていない。

このように(8)は私たちが治療しようとしている基礎・基本が複雑に絡まっている問題である。そのため(8)ができなくてもAコースに進めるようにし、ここではこの種の問題を意識させるための問題として取り上げた。

問題2では、加減乗除の混じった式の計算ができるか診断した。整数係数である(3)までの問題では正答率が90%程度であるのに対し、分数のある(4)(5)では50%の正答率

しか得られなかった。ここでの誤答の多くも § 1 のときと同じように、(4)では7倍、(5)では12倍して整数にしてしまう生徒が目立った。

問題3では等式変形ができるかを診断した。(1)は2yを移項するだけでできるため、90%の正答率を得たが、それ以外の3問の正答率は50%に満たなかった。(2)ではyの係数がマイナスであることで正答を得られなかった生徒が多かった。(3)(4)では分数があり、何をして良いのか分からなく、無記入の生徒も多かった。また、とんちんかんな答えを出す生徒も目についた。

2つの診断テストをS-P分析したところ、資料2-5 (§ 1の診断テスト)、資料2-6 (§ 2の診断テスト)のようになった。

表2 「§ 2式の乗法・除法、等式変形」診断テスト結果

問 題	正答率%	主 な 誤 答 例	
1.	(1)	94	
	(2)	94	
	(3)	97	
	(4)	94	$-3xy$
	(5)	94	
	(6)	91	$-2xy^2, -x$
	(7)	91	
	(8)	31	$4x^2y^2, 4x^4y^4, -4x^2y^2, 9y^2, \frac{1}{9}y^2$
2.	(1)	89	
	(2)	91	$a-8b$
	(3)	91	
	(4)	54	$7x, \frac{7}{4}x-6y, -2x, -\frac{1}{2}x$
	(5)	60	$7a+13b, 7a-7b, \frac{7a-7b}{12}, \frac{7}{12}a-\frac{7}{12}b$
3.	(1)	94	
	(2)	46	$y=-\frac{2-x}{3}, y=\frac{x+2}{3}, y-\frac{2+x}{3}$
	(3)	46	$h=\frac{SV}{3}, h=-\frac{SV}{3}, h=\frac{1}{3}SV$
	(4)	43	$a=\frac{m-b}{2}, a=\frac{2m}{b}$

③ 各学習シートの考察

「§1 式の加法・減法」

<Sコース(資料2-7)>

Sコースは、同類項をまとめて簡単にできるようにするコースである。

同類項、係数という言葉を手軽に説明し、例題を出した。(1)では x の項と y の項、(2)では x^2 の項と x の項のある式にした。(2)は x^2 の項と x の項とは同類項ではないことをはっきりとさせるために出題した。2問とも同類項を書き出させ、それをまとめさせた。

類題として、同類項をまとめる問題を16問出題し、同類項をまとめることに習熟できるようにした。

この学習シートでは、「 x の項は何?」と書き出させたが、 x の項を○で囲ませ、 y の項を△で囲ませるなどする方法も考えられる。

また、このシートでは類題の数を考える必要がありそうだ。自分でできるようになった喜びから進んで類題に取りかかるのだが、途中でめんどろがる生徒も出てきた。何問も類題を解かせて計算パターンを習熟させることも大切だが、もう少し類題の数を減らし早く次のコースへ進ませ、気持ちを新たに学習させることを考えることも必要であろう。

<M1コース(資料2-8)>

M1コースは、かっこをはずして式を簡単にすることができるようにするコースである。

まず、かっこのはずし方を示し、かっこをはずしたときの符号を書き入れるようにさせた。次に例題として、かっこの前が+の式と-の式をそれぞれ1つずつ出題した。まずかっこをはずし、次に同類項をまとめさせるようにした。そして、類題として例題と同じ形の問題を12問出題した。

例題(2)で、かっこの前がマイナスのときにかっこの中のそれぞれの項の符号を変えて、書き出させたが、このことで戸惑いを見せる生徒もいた。個別指導のをする必要があった。

<M2コース(資料2-9)>

M2コースは2重かっこをはずして式を簡単にできるようにするコースである。

例題として、2重かっこのついた式を出題し、まず中のかっこをはずさせ、次に外のかっこをはずし、最後に同類項をまとめるという手順を示した。そして、類題を6問出題した。

例題で順を追って計算をしたので、今まで2重かっこをはずせなかったが、例題を頼りにこのシートで学習することによりできるようになった生徒が何人もいた。

< Aコース (資料2-10) >

Aコースは式の加法・減法の発展的な問題練習をするコースである。

同類項をまとめる問題は16問出題した。16問中整数係数のものを4問、小数係数、分数係数のものをそれぞれ6問ずつ出題した。かっこをはずす問題は8問出題し、このうち3問を分数係数のものにし、Mコースより複雑にした。2式をたしたり、ひいたりする問題も2問出題した。2問とも分数係数の問題にした。

今回のAコースの問題は、Sコース、Mコースの問題に小数、分数が入っただけで、考え方は変わらない。そのためヒントプリントは作らず、分からない生徒にはSコースやMコースの問題を見るよう指示することにした。

ところが、先に診断テストの考察で述べたように小数、分数でつまづく生徒がとても多く、その対応に苦労した。ヒントプリントを作っておくべきであった。

「§ 2式の乗法・除法、等式変形」

< Sコース (資料2-11) >

Sコースは単項式の乗除の計算をできるようにするコースである。そのために、指導内容ごとに3つの例題を用意し、それぞれにその類題を2~3問出題した。

例題1では2つの単項式の乗法の問題を出題し、数と数をかける、文字と文字をかけることを確認できるようにした。2乗は同じものを2回かけることも確認できるようにした。

例題2では2つの単項式の除法の問題を出題した。(1)では整数係数のものを取り上げ、分数の形に直して約分するようにした。(2)では分数係数のものを取り上げ、分母と分子にはっきりと分けさせ、逆数をかける計算をするようにさせた。

例題3では、3つの単項式の乗除の混じった式を取り上げた。最初の単項式と×のあとの単項式は分子、÷のあとの単項式は分母にした1つの分数にすればよいことを示した。診断テストの結果から、例題3をもう少し丁寧に解説する必要があるかと心配したが、生徒はあまり抵抗なく進んでいった。穴埋めにした部分に何を入れたらよいか生徒に分かりやすく、生徒は抵抗なく学習できたといえる。

< M1コース (資料2-12) >

M1コースは加減乗除の混じった式の計算をできるようにするコースである。そのために、指導内容ごとに3つの例題を用意し、それぞれにその類題を2問ずつ出題した。

例題1では整数のみの式を出題した。かっこのはずし方を示し、かっこをはずした式から同類項をまとめることができるようにした。

例題2では、分数と整数係数の多項式のかけてあるもの同士の減法を出題した。例題1と同じようにかっこのはずし方を示し、同類項をまとめ、通分し、計算できるようにした。

例題3では、分数の分子が多項式になっているもの同士の減法を出題した。この形の問題では、符号を間違えることが多い。それを防ぐために、通分するときにもとの分子の多項式にかけの数を書かせるようにした。次に、ひとつの分数にまとめ、分子のかっこをはずし、分子の同類項をまとめるようにした。

例題で順を追った計算の仕方を示すことにより、分数が出てきても通分せずに式を何倍かしてしまう生徒はいなかった。そのため、診断テストでは出来がよくなかったが、このシートの学習はスムーズにできた。

<M2コース(資料2-13)>

M2コースは等式変形をできるようにするコースである。

例題1では、整数係数の二元一次式の等式変形を出題し、方程式と同じように解くことを示した。両辺をマイナスの数でわるととき、右辺を分母がマイナスになる分数で表し、次に分母、分子に-1をかけて分母をプラスにするようにした。

例題2では、左辺と右辺を入れ換えてから順番に求める形に変形させるようにした。

この2つの例題とそれと同じ形の類題を解くことで、この形の等式変形なら自信が持てたという生徒が何人か出てきた。

<Aコース(資料2-14)>

Aコースは、式の乗法・除法、等式変形についての発展的な問題を解くコースである。

1番ではSコースよりやや難しい単項式の乗除の問題を10問出題した。この10問のうち次の3問にはヒント(資料2-15)を用意し、自分の力で学習を進められるようにした。

- (5) 答えの分母に文字が残ってしまうもの
- (8) かっこを2乗しているもの
- (9) 分数のはいつている3つの単項式の乗除

2番ではM1コースより難しい加減乗除の混じった式を12問出題した。12問中10問を分数を含んだ式にしたが、M1コースの考え方を使えばよいので、ヒントは用意しなかった。

3番では、M2コースよりも難しい等式変形の問題を6問出題した。等式変形は、式によって変形の仕方が異なってくる。そのため難しそうな3問についてヒントを用意し、生徒がそれを見ながら問題を解けるようにした。

このシートでの学習ではヒントプリントがとても役に立った。もっと多くの問題にヒントを与えておけば、生徒は先生を頼らず自分で問題を解いていけたであろう。

④ 進んだコース

実際に生徒が進んだコースの割合とその進み方は表3の通りである。この表から、§1、§2とも90%の生徒がAコースの学習シートを使っていることが分かる。また、§1ではSコースだけでストップしてしまった生徒が38名中2名いた。これらの生徒には個別指導を強化する必要がある。

表3

§1 進んだコース (38名)

《コースを学習した人数と割合》

コース	S	M1	M2	A
人数	6	6	9	33
割合%	16	16	24	87

《コースの進み方》

Sだけ	2人
S→M1→M2	1人
S→M2	1人
S→M2→A	1人
S→A	1人
M1→A	5人
M2だけ	1人
M2→A	5人
Aだけ	21人

§2 進んだコース (35名)

《コースを学習した人数と割合》

コース	S	M1	M2	A
人数	2	9	20	32
割合%	6	26	57	91

《コースの進み方》

S→M1→M2	1人
S→M1→M2→A	1人
M1だけ	1人
M1→M2	1人
M1→M2→A	5人
M2だけ	1人
M2→A	11人
Aだけ	14人

(3) 指導を終えて

Sコース、M1コース、M2コースともに、つまずきを解消できるように段階を追った解き方を示した学習シートを作成した。そのため、ほとんどの生徒は自分の力で、例題を

穴埋めして解いていった。どんな式を入れたらよいか分からないときにもシートの裏面の答えを見て埋めていき、教師の手を借りずに例題の解き方を理解できた。そして、進んで類題に取り組み、例題を参考に自分の力で解いていくことができた。このことから、自分で学習を進めていくことのできる学習シートを与えることにより、生徒は自分のつまずきを解消し、意欲的に取り組むことができたと言える。

しかし、§1のコース別学習ではシートも類題の数を考える必要がある。自分でできるようになった喜びから進んで類題に取りかかるのだが、途中でめんどろがる生徒も出てきた。計算の苦手な生徒が学習するSコースということを考えると、もう少し類題の数を減らし、早く次のコースへ進ませ、気持ちを新たに学習させることを考えることも必要であろう。Sコースだけでなく、他のコースでも類題の数を考える必要がある。

Aコースは問題だけの学習シートを作成した。最初からAコースに進んだ生徒の多くは、自力で解けた。しかし、他のコースから進んできた生徒の中には難しすぎて学習がストップしてしまう者もいた。§1のコース別学習ではヒントプリントなし、§2のコース別学習では特に難しそうなお題にヒントを与えただけだった。2回のコース別学習ともに9割程度の生徒がAコースに進んでくることを考えると、もっと多くの問題にヒントを与えておく必要があったであろう。そうすることによって、Aコースの生徒は教師の手を借りずに学習を進めることができ、その分、Sコースの生徒に教師は手をさしのべることができ、一人でも多くの下位生徒を救うことができるはずである。

診断テスト 「式の計算No.1」

2年 組 番氏名 _____

1. 次の式を簡単にせよ。

(1) $-7y + y - 9y$

(2) $4a - 6b - 5a + 7b$

(3) $a^2 - 2a^2$

(4) $3x^2 + 2x - x^2 - x - 5$

(5) $0.3x^2 + 0.7xy - x^2 - 0.8xy$

(6) $\frac{1}{8}y - \frac{5}{12}x - \frac{1}{4}y + \frac{2}{3}x$

2. 次の式を簡単にせよ。

(1) $(3a - 2b) + (2a + 5b)$

(2) $5a - (4a + 3)$

(3) $(2x - 4y) - (6x + 2y)$

(4) $(8a - 5b) - (3a - b)$

3. 次の式を簡単にせよ。

(1) $3a + \{2b - (5a - 4b)\}$

(2) $-6x - \{3y - (4x + 9y)\}$

(3) $3x^2 - \{x^2 - x + (-4x - 2)\}$

(4) $6a + 2b - \{5a - (3b + 7a)\}$

診断テスト「式の計算No.1」チェックカード

2年 組 番氏名 _____

解 答		チェック欄	指 示
1	(1) $-15y$		正解 4 問以上 合格
	(2) $-a+b$		
	(3) $-a^2$		
	(4) $2x^2+x-5$		
	(5) $-0.7x^2-0.1xy$		正解 3 問以下 S コース
	(6) $\frac{1}{4}x-\frac{1}{8}y$		
2	(1) $5a+3b$		正解 4 問 合格
	(2) $a-3$		
	(3) $-4x-6y$		正解 3 問以下 M1 コース
	(4) $5a-4b$		
3	(1) $-2a+6b$		正解 4 問 合格
	(2) $-2x+6y$		
	(3) $2x^2+5x+2$		正解 3 問以下 M2 コース
	(4) $8a+5b$		

※ 正解なら、チェック欄に○印をつけよう。

※ 指示にあてはまるコースに進もう。

※ すべて**合格**の人は、**A コース**へ進もう。

診断テスト 「式の計算」No.2

2年 組 番氏名

1. 次の計算をせよ。

(1) $3a \times (-5a)$

(2) $(-7a)^2$

(3) $(-2x) \times \left(-\frac{3}{4}y\right)$

(4) $-9xy \div 3xy$

(5) $12a^2 \div (-2a)$

(6) $\left(-\frac{5}{9}xy\right) \div \frac{5}{18}y$

(7) $4x \times (-9xy) \div 6x^2$

(8) $\frac{2}{3}x^2y \div (-xy^2) \times (-6xy)$

2. 次の計算をせよ。

(1) $3(2x-y) + 2(2y-5x)$

(2) $2(3a+b) - 5(a-2b)$

(3) $3(x+5y) - 4(x+2y)$

(4) $\frac{1}{3}(6x-9y) - \frac{1}{4}(x-12y)$

(5) $\frac{3a+b}{4} - \frac{a-5b}{6}$

3. 次の式を [] 内の文字について解け。

(1) $x+2y=5$ [x]

(2) $x-3y=2$ [y]

(3) $V=\frac{1}{3}Sh$ [h]

(4) $m=\frac{a+b}{2}$ [a]

解 答	チェック欄	指 示
1	(1) $-15a^2$	正解6問以上 合格 正解5問以下 Sコース
	(2) $49a^2$	
	(3) $\frac{3}{2}xy$	
	(4) -3	
	(5) $-6a$	
	(6) $-2x$	
	(7) $-6y$	
	(8) $4x^2$	
2	(1) $-4x+y$	正解4問以上 合格 正解3問以下 M1コース
	(2) $a+12b$	
	(3) $-x+7y$	
	(4) $\frac{7}{4}x$	
	(5) $\frac{7a+13b}{12}$	
3	(1) $x=5-2y$	正解3問以上 合格 正解2問以下 M2コース
	(2) $y=\frac{x-2}{3}$	
	(3) $h=\frac{3V}{S}$	
	(4) $a=2m-b$	

※ 正解なら、チェック欄に○印をつけよう。

※ 指示にあてはまるコースに進もう。

※ どの指示にもあてはまらない人は、Aコースへ進もう。

資料2-5

*** S-P 表 ***

標題 : シキノケイサン1

学年 = 2

クラス = 1

問題数 = 14

生徒数 = 38

問題

学習者	1 (1)	1 (2)	2 (2)	2 (4)	2 (3)	3 (1)	1 (3)	1 (4)	2 (1)	3 (2)	3 (3)	1 (5)	3 (4)	1 (6)	得点	正答率	注意係数
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
33	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
35	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
36	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
39	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
42	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
44	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
49	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	14	1.00	0.00
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0:	13	0.93	0.00
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0:	13	0.93	0.00
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0:	13	0.93	0.00
43	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0:	13	0.93	0.00
45	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+0	13	0.93	0.00
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0+1	13	0.93	0.53
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1+1	13	0.93	0.71
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1+1	13	0.93	0.89
34	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1:0	11	0.79	0.09
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0:0	11	0.79	0.18
46	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	11	0.79	0.32
38	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	11	0.79	0.73
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	10	0.71	0.00
10	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	10	0.71	0.28
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	9	0.64	0.00
47	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	9	0.64	0.34
14	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	9	0.64	0.42
40	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	8	0.57	0.24
41	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	6	0.43	0.10
17	:0.0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	4	0.29	0.27
37	:0.0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0.07	0.00

正答者数 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 2 2 2 2
6 6 6 6 5 5 5 4 4 1 9 7 7 1

注意係数 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
.
0 0 2 3 0 2 3 1 2 1 1 0 0 0
0 0 7 2 8 8 2 4 4 6 9 0 9 5

注意マーク

平均正答率 = 0.850 差異係数 (D*) = 0.175

資料2-6

*** S-P 表 ***

標題 : シキノケイサン2

学年 = 2

クラス = 1

問題数 = 17

生徒数 = 35

問題	1	1	3	1	1	1	1	2	2	1	2	2	2	3	3	3	1	得点	正答率	注意係数
学習者	(3)	(2)	(1)	(5)	(4)	(6)	(1)	(3)	(2)	(7)	(1)	(5)	(4)	(3)	(2)	(4)	8			
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	17	1.00	0.00
39	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	17	1.00	0.00
42	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.1+	17	1.00	0.00	
36	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.0:	16	0.94	0.00	
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.1:	16	0.94	0.30	
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.1.1:	16	0.94	0.36	
45	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1.1.1:	16	0.94	0.53		
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1.1	0:	15	0.88	0.14	
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1.1	0:	15	0.88	0.14	
33	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0.1	1:	15	0.88	0.35	
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1.1.1:	0	15	0.88	0.56		
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0.1	1:	0	14	0.82	0.10	
44	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0.0	1:	1	14	0.82	0.25	
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0.1	0:	1	14	0.82	0.28	
15	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1.1	1:	1:	0	14	0.82	0.58	
20	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1.1.1:	1:	0	14	0.82	0.84		
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+0	0	0	0	0	13	0.76	0.00	
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0+1	0	0	0	13	0.76	0.06	
35	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1+0	0	1	0	13	0.76	0.12	
46	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0:	0.1	1	0	0	13	0.76	0.16	
43	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1:	0.0	0	0	1	13	0.76	0.18	
49	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1:	1.1.0	1	0	0	0	13	0.76	0.32	
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1:	0.1	0	0	0	0	0	12	0.71	0.03	
19	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1:	1.1	0	0	0	0	0	12	0.71	0.24	
38	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1+1.0	0	1	0	0	0	12	0.71	0.29	
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+0	0	0	0	0	0	11	0.65	0.00	
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1+0	1	0	0	0	0	11	0.65	0.20	
47	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1+0	1	0	0	0	0	11	0.65	0.20	
1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1+0	1	0	0	0	0	11	0.65	0.22	
41	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1.1+1	0	1	0	0	0	0	11	0.65	0.42	
3	1	1	1	1	1	1	1	0.1.0:	0	1	0	0	0	0	0	0	10	0.59	0.22	
14	1	1	0	0	1	1	1	1.1.1:	1:	0	0	0	0	0	0	0	9	0.53	0.05	
40	0	0	1	1	1	1:	0.1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	8	0.47	0.08	
9	1:	0	1	0	0	1	1.1.1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	8	0.47	0.08	
10	:1	1	0	1	1	1	1.0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	7	0.41	0.02	
正答者数	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	1	1	1	1	1			
	4	3	3	3	3	3	3	2	2	2	1	1	9	6	6	5	0			
注意係数	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
	1	0	0	1	3	8	1	1	3	7	7	1	6	1	1	0	1			
注意マーク	7	9	9	8	8	1	8	9	1	5	0	6	0	4	9	8	7			

平均正答率 = 0.766 差異係数 (D*) = 0.303

同類項をまとめて、式を簡単にできるようにしよう！

※ 同類項とは、文字の部分が全く同じ項（ $5x^2$ と $-5x$ は同類項でない）

※ 係数とは、文字の前についている数（マイナス（-）もつけること）
（ a は $1a$ と考えるが、 1 は書かない）

《例題》 次の式と同類項をまとめて簡単にせよ。

(1) $4x + y + 3x - 5y$

① 同類項を探す x の項は・・・ と _____

y の項は・・・ と _____

② 同類項をまとめる x の項をまとめると・・・ _____

（係数だけの計算
をすればよい）

y の項をまとめると・・・ _____

③ したがって、式を簡単にすると _____

(2) $5x^2 - 5x - x^2 + 2x$

① 同類項を探す x^2 の項は・・・ と _____

x の項は・・・ と _____

② 同類項をまとめる x^2 の項をまとめると・・・ _____

（係数だけの計算
をすればよい）

x の項をまとめると・・・ _____

③ したがって、式を簡単にすると _____

【類題】 次の式と同類項をまとめて簡単にせよ。

(1) $2a + 5a + 3b$

(2) $4b + 5a + 2b$

(3) $4a - 2b - 3a$

(4) $a - 3b + 4a$

(5) $2a + 3b - 4b$

(6) $a + b - a - 2b$

(7) $-9x - y + 6x + y$

(8) $4x - 6y - 2x + 7y$

(9) $6a - 4b + 2b - 4a$

(10) $3x - 2y + 5y - 6x$

(11) $a^2 - 8a - a + 5$

(12) $2x^2 - 5x + 6x^2 + 3x$

(13) $3x^2 - 4y^2 + 2x^2 + 5y^2$

(14) $6a^2 - 3a - 2a^2 + 1$

(15) $6ax - 3ay + 4ay - ax$

(16) $4x^2 + 5xy - 8x^2 - xy$

<解答>

【類題】

(1) $7a + 3b$

(2) $5a + 6b$

(3) $a - 2b$

(4) $5a - 3b$

(5) $2a - b$

(6) $-b$

(7) $-3x$

(8) $2x + y$

(9) $2a - 2b$

(10) $-3x + 3y$

(11) $a^2 - 9a + 5$

(12) $8x^2 - 2x$

(13) $5x^2 + y^2$

(14) $4a^2 - 3a + 1$

(15) $5ax + ay$

(16) $-4x^2 + 4xy$

<解答>

《例題》

(1) ① $4x$ と $3x$
 y と $-5y$

② $7x$
 $-4y$

③ $7x - 4y$

(2) ① $5x^2$ と $-x^2$
 $-5x$ と $2x$

② $4x^2$
 $-3x$

③ $4x^2 - 3x$

かっこをはずして、式を簡単にできるようにしよう!

かっこのついた式は、次の①②の手順で簡単にする。

- ① かっこをはずす ② 同類項をまとめる

かっこのはずし方

参考1

$$\begin{array}{c} \oplus \times \oplus \text{で} \oplus \\ \downarrow \\ + (b + c) \\ \uparrow \\ \oplus \times \oplus \text{で} \oplus \\ \rightarrow + b + c \end{array}$$

参考2

$$\begin{array}{c} \ominus \times \ominus \text{で} \oplus \\ \downarrow \\ - (-b + c) \\ \uparrow \\ \ominus \times \oplus \text{で} \ominus \\ \rightarrow + b + c \end{array}$$

かっこをはずすとどうなるだろう

$$a + (b + c) = a [\quad] b [\quad] c \quad a + (b - c) = a [\quad] b [\quad] c$$

$$a - (b + c) = a [\quad] b [\quad] c \quad a - (b - c) = a [\quad] b [\quad] c$$

《例題》 次の式のかっこをはずして簡単にせよ。

(1) $3x - 2y + (x - 5y)$

= _____

= _____

← } かっこの前が+ → そのままとる

← } 同類項をまとめる

(2) $(x - 3y) - (3x + 2y)$

前のかっこは、かっこの前に何もなし。つまり+だからそのままはずす。

後のかっこはかっこの前が-。したがってかっこの中の符号を変える。

すなわち $3x \rightarrow$ _____ $+ 2y \rightarrow$ _____

したがって、この式を簡単にしていくと、

$$(x - 3y) - (3x + 2y)$$

= _____

= _____

← } かっこをはずす

← } 同類項をまとめる

【類題】 次の式を簡単にせよ。

(1) $8a + (2a + 3b)$

(2) $3x + (-4x - 3y)$

(3) $4a - (3a - 2b)$

(4) $5a + 4b - (3a + 5b)$

(5) $(2a - 4b) + (3a + 5b)$

(6) $(x - 2y) + (2x - y)$

(7) $3x - 2y - (2x - 3y)$

(8) $2x + 3y - (-4x - 5y)$

(9) $(5x - 7y) + (4y - x)$

(10) $2x + 5y + (-3x - 6y)$

(11) $(-2x + y) - (x - 2y - 3)$

(12) $5x - 3y - (-3x - 6y)$

〈解答〉

【類題】

(1) $10a + 3b$

(2) $-x - 3y$

(3) $a + 2b$

(4) $2a - b$

(5) $5a + b$

(6) $3x - 3y$

(7) $x + y$

(8) $6x + 8y$

(9) $9x - 8y$

(10) $-x - y$

(11) $-3x + 3y + 3$

(12) $8x + 3y$

〈解答〉

$$a + (b + c) = a + b + c$$

$$a + (b - c) = a + b - c$$

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

《例題》

(1) $3x - 2y + x - 5y$
 $4x - 7y$

(2) $-3x$
 $-2y$
 $x - 3y - 3x - 2y$
 $-2x - 5y$

二重かっこをはずして、式を簡単にできるようにしよう！

- ※ かっこが二重についているとき、中のかっこからはずしていく。
 （外のかっこからはずすこともできるが、中からはずすことが原則）

《例題》 次の式を簡単にせよ。

$$3x - \{2x - (4x - 4)\}$$

= _____

= _____

= _____

- ┌ 中のかっこをはずす
 └ ←
- ┌ 外のかっこをはずす
 └ ←
- ┌ 同類項をまとめる
 └ ←

【類題】 次の式を簡単にせよ。

(1) $x - \{5y - (7y - x)\}$

(2) $3x + \{7y - (4x + 6y)\}$

(3) $2a - 6b - \{-6a + (3a - 4b)\}$

(4) $7a - 5b - \{9a - (5b - 7a)\}$

(5) $2x - 3y + \{-2x - (-x + y)\}$

(6) $-(2a - 3b) - \{6a - (2b - a)\}$

〈解答〉

《例題》

$$3x - \{2x - 4x + 4\}$$

$$3x - 2x + 4x - 4$$

$$5x - 4$$

【類題】

(1) $2y$

(2) $-x + y$

(3) $5a - 2b$

(4) $-9a$

(5) $x - 4y$

(6) $-9a + 5b$

「式の計算(加法・減法)」 Aコース

1. 次の式を簡単にせよ。

(1) $-m^2+3m+m^2-2m$

(2) $7a-3b-8a-3$

(3) $2x-3y+x-y-3x$

(4) $-3x-2y+x+2y-xy$

(5) $-3.4x^2-2x+x^2+1.8x$

(6) $0.2a+4b-a-7b$

(7) $5x-0.5y-x+0.4y$

(8) $4.2a-3b+2.7a+3.6b$

(9) $0.5a-1.7ab-1.2a+ab$

(10) $x^2+1.5xy-3.4x^2-xy+4$

(11) $\frac{1}{2}m+4n-\frac{1}{6}m-n$

(12) $\frac{5}{8}x^2-\frac{1}{4}y^2+\frac{5}{6}x^2-\frac{5}{12}y^2$

(13) $x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}-2x^2-x-1$

(14) $\frac{1}{4}ab-b^2-\frac{1}{3}ab+\frac{1}{3}b^2$

(15) $\frac{3}{5}x^2+\frac{1}{2}x-xy+\frac{1}{3}x+\frac{3}{4}x^2$

(16) $\frac{m^2}{3}+\frac{n}{6}-\frac{m}{2}+\frac{n}{4}-\frac{m^2}{4}+\frac{m}{3}$

2年組 番氏名 _____

2. 次の式を簡単にせよ。

(1) $(10a^2-7a+1)-(8a^2-3a+5)$

(2) $2b-(5b-7a)+7a$

(3) $13x^2-(9x+3)+(6x^2-1)$

(4) $(4ab+3)-10a-(8a-3ab)$

(5) $7x-6y-\{3x-(5x+2y)\}$

(6) $a+\frac{4}{3}b-\left\{\frac{9}{2}a+(3b+7)\right\}$

(7) $\left\{10x-\left(\frac{3}{2}x+9y\right)\right\}-\left(2x-\frac{7}{4}y\right)$

(8) $\frac{a}{4}-\left\{5b-\left(a-\frac{2}{3}b\right)\right\}$

3. 次の2式をたせ。また、左の式から右の式をひけ。

(1) $\frac{5}{6}x-\frac{3}{4}y+2, \frac{x}{3}+\frac{y}{2}-3$

(2) $\frac{1}{2}xy-3y+1, \frac{1}{3}xy+4y+6$

<解答>

1. (1) m
- (2) $-a-3b-3$
- (3) $-4y$
- (4) $-2x-xy$
- (5) $-2.4x^2-0.2x$
- (6) $-0.8a-3b$
- (7) $4x-0.1y$
- (8) $6.9a+0.6b$
- (9) $-0.7a-0.7ab$
- (10) $-2.4x^2+0.5xy+4$
- (11) $\frac{1}{3}m+3n$
- (12) $\frac{35}{24}x^2-\frac{2}{3}y^2$
- (13) $-x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{6}$
- (14) $-\frac{1}{12}ab-\frac{2}{3}b^2$
- (15) $\frac{27}{20}x^2+\frac{5}{6}x-xy$
- (16) $\frac{m^2}{12}-\frac{m}{6}+\frac{5}{12}n$

<解答>

2. (1) $2a^2-4a-4$
 - (2) $-3b+14a$
 - (3) $19x^2-9x-4$
 - (4) $-18a+7ab+3$
 - (5) $9x-4y$
 - (6) $-\frac{7}{2}a-\frac{5}{3}b-7$
 - (7) $\frac{13}{2}x-\frac{29}{4}y$
 - (8) $\frac{5}{4}a-\frac{17}{3}b$
-
3. (1) 和 $\frac{7}{6}x-\frac{1}{4}y-1$
差 $\frac{1}{2}x-\frac{5}{4}y+5$
 - (2) 和 $\frac{5}{6}xy+y+7$
差 $\frac{1}{6}xy-7y-5$

「式の計算」No.2 Sコース

乗法、除法だけの式の計算をできるようにしよう!

《例題1》 次の計算をせよ。

(1) $2a \times 3b$

(2) $(-4x)^2$

考え方の基本 数と数、文字と文字をそれぞれかける。

(1) $2a \times 3b$

(2) $(-4x)^2$

$$\begin{aligned}
 &= 2 \times 3 \times a \times b \\
 &\quad \downarrow \quad \downarrow \\
 &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \\
 &= \underline{\quad}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (-4x) \times (-4x) \\
 &= (-4) \times (-4) \times x \times x \\
 &\quad \downarrow \quad \downarrow \\
 &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \\
 &= \underline{\quad}
 \end{aligned}$$

【類題1】 次の計算をせよ。

(1) $3a \times 5b$

(2) $(-5x)^2$

(3) $(-4x) \times (-5x^2)$

《例題2》

(1) $6ab \div 3a$

(2) $\frac{2}{3}x^2y \div \frac{2}{5}xy$

考え方 分数にして考える。

(1) $6ab \div 3a$

$= \frac{6ab}{3a}$

$= (\quad)$

分数の形にする。

約分する。

(2) $\frac{2}{3}x^2y \div \frac{2}{5}xy$

$= \frac{2x^2y}{3} \div \frac{2xy}{5}$

$= \frac{2x^2y}{3} \times \frac{(\quad)}{(\quad)}$

$= (\quad)$

逆数をかける

【類題2】 次の計算をせよ。

(1) $24xy \div 6y$

(2) $\frac{2}{3}xy^2 \div (-\frac{4}{5}xy)$

《例題3》 次の計算をせよ。

(1) $-12a^2b \div 8ab \times (-2b)$

$= \frac{12a^2b \times (\quad)}{(\quad)}$

$= (\quad)$

分数の形にする。

最初の数と×のあとは分子
÷のあとは分母

【類題3】 次の計算をせよ。

(1) $x^2 \times (-x) \div x^2$

(2) $9x^2y \div (-6xy) \times (-2y)$

<解答>

例題 1

$$(1) \begin{array}{l} 6ab \\ 6ab \end{array}$$

$$(2) \begin{array}{l} 16 \\ x^2 \\ 16x^2 \end{array}$$

類題 1

$$\begin{array}{l} (1) 15ab \\ (2) 25x^2 \\ (3) 20x^3 \end{array}$$

例題 2

$$(1) 2b$$

<解答>

$$(2) \frac{\left(\frac{5}{2}xy\right)}{\frac{5}{3}x}$$

類題 2

$$\begin{array}{l} (1) 4x \\ (2) -\frac{5}{6}y \end{array}$$

例題 3

$$(1) \frac{12a^2 \times (2b)}{(8ab)} \\ 3ab$$

類題 3

$$\begin{array}{l} (1) -x \\ (2) 3xy \end{array}$$

加減乗除の混じった式の計算をできるようにしよう!

《例題1》 次の計算をせよ。

$$\begin{array}{cccc}
 3(2x-4y)-5(x-3y) & & & \\
 \begin{array}{cccc}
 3 \times 2x & 3 \times (-4y) & -5 \times x & -5 \times (-3y) \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 = 6x & & & +15y \\
 = & & &
 \end{array} & \left. \begin{array}{l} \text{かっこの中の一つ一つとかける} \\ (3と2x、3と-4y、 \\ -5とx、-5と-3y) \\ \text{同類項をまとめる} \end{array} \right\}
 \end{array}$$

【類題1】 次の計算をせよ。

(1) $2(3a-b)-5(a-2b)$ (2) $8(x-y)-2(3y-x)$

《例題2》 次の計算をせよ。

$$\begin{array}{cccc}
 \frac{1}{2}(4x-5y)-\frac{1}{3}(9x-2y) & & & \\
 \begin{array}{cccc}
 \frac{1}{2} \times 4x & \frac{1}{2} \times (-5y) & -\frac{1}{3} \times 9x & -\frac{1}{3} \times (-2y) \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 = 2x & & & +\frac{2}{3}y \\
 = 2x - [\quad]x - \frac{[\quad]}{6}y + \frac{[\quad]}{6}y & & & \\
 = & & &
 \end{array} & \left. \begin{array}{l} \text{整数のときと同じように} \\ \text{かっこの中の一つ一つに} \\ \text{かけていく} \\ \text{同類項をそろえ、} \\ \text{通分する。} \end{array} \right\}
 \end{array}$$

【類題2】 次の計算をせよ。

(1) $\frac{1}{2}(3x-y)-\frac{1}{3}(x-3y)$ (2) $\frac{3}{4}(2a+3b)+\frac{2}{3}(a-2b)$

《例題3》 次の計算をせよ。

$$\begin{array}{l}
 \frac{5x-3y}{4} - \frac{2x-y}{3} \\
 = \frac{3(5x-3y)}{12} - \frac{[\quad](2x-y)}{12} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{通分する} \\ \text{一つの分数にする} \end{array} \right. \\
 = \frac{3(5x-3y) - [\quad](2x-y)}{12} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{分子のかっこをはずす} \\ \text{分子の同類項をまとめる} \end{array} \right. \\
 = \frac{[\quad]}{12} \\
 = [\quad]
 \end{array}$$

【類題3】 次の計算をせよ。

(1) $\frac{3x+y}{2} - \frac{x-y}{3}$ (2) $\frac{3x-y}{2} - \frac{2x-5y}{3}$

〈解答〉

《例題 1》

$$6x - 12y - 5x + 15y$$

$$x + 3y$$

【類題 1】

(1) $a + 8b$

(2) $10x - 14y$

《例題 2》

$$2x - \frac{5}{2}y - 3x + \frac{2}{3}y$$

$$2x - [3]x - \frac{[15]}{6}y + \frac{[4]}{6}y$$

$$-x - \frac{11}{6}y$$

〈解答〉

【類題 2】

(1) $\frac{7}{6}x + \frac{y}{2}$

(2) $\frac{13}{6}a + \frac{11}{12}b$

《例題 3》

$$\frac{3(5x-3y)}{12} - \frac{[4](2x-y)}{12}$$

$$\frac{3(5x-3y) - [4](2x-y)}{12}$$

$$\frac{[15x-9y-8x+4y]}{12}$$

$$\frac{7x-5y}{12}$$

【類題 3】

(1) $\frac{7x+5y}{6}$

(2) $\frac{5x+7y}{6}$

等式の変形をできるようにしよう！

《例題1》

$3x-2y=5$ を y について解け。

(解き方・・・方程式と同じように等式の性質を使う)

$$\begin{array}{l}
 3x-2y=5 \\
 -2y=5[\quad] \\
 y=\frac{[\quad]}{-2} \\
 y=\frac{[\quad]}{2}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} \longleftarrow \\ \longleftarrow \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3x \text{ を移項する} \\ \text{両辺を} 2 \text{ でわる} \end{array} \\
 \left. \begin{array}{l} \longleftarrow \\ \longleftarrow \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{分母、分子に} -1 \text{ をかける} \end{array}
 \end{array}$$

【類題1】 次の式を [] 内の文字について解け。

(1) $5x+3y=15$ [y]

(2) $3x-5y=4$ [y]

《例題2》

$V=\frac{1}{3}Sh$ を h について解け。

(解き方)

$$\begin{array}{l}
 V=\frac{1}{3}Sh \\
 \frac{1}{3}Sh=V \\
 Sh=[\quad]V \\
 h=[\quad]
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} \longleftarrow \\ \longleftarrow \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{左辺と右辺を入れ換える} \\ \text{両辺に} 3 \text{ をかける} \end{array} \\
 \left. \begin{array}{l} \longleftarrow \\ \longleftarrow \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{両辺を} S \text{ でわる} \end{array}
 \end{array}$$

【類題2】 次の式を [] 内の文字について解け。

(1) $V=abc$ [a]

(2) $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ [h]

1. 次の計算をせよ。

(1) $2a \times (-3a)$ (2) $(-2xy) \times (-3x)$ (3) $4x^2 \times \left(-\frac{1}{2}x\right)$

(4) $21ab \div 3ab$ (5) $(-12xyz) \div 4z^2$ (6) $\frac{1}{6}ab^2 \div \left(-\frac{1}{3}ab\right)$

(7) $x \times (3a)^2 \times 2x$ (8) $-2a^2 \div 6ab^2 \times (-3b)^2$

(9) $4ab \times \left(-\frac{1}{8}a^2b\right) \div (-ab^2)$ (10) $\left(-\frac{1}{3}x^2y\right) \div \left(-\frac{2}{9}xy\right) \times 2x$

2. 次の計算をせよ。

(1) $3(5a-3b)+5(b-3a)$ (2) $-2(x-2y)-3(3x+y)$

(3) $6\left(\frac{x}{3}-\frac{5}{6}y\right)-8\left(\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}y\right)$ (4) $6\left(2x-\frac{1}{2}y\right)-4\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}y\right)$

(5) $\frac{2}{3}(x-6y)-\frac{1}{6}(2x+4y)$ (6) $\frac{1}{2}(3x-y)-\frac{1}{3}(y+x)$

(7) $\frac{1}{2}(4x^2-2xy)+\frac{1}{3}(3x^2-6xy)$ (8) $\frac{2}{3}(x^2-y)-\frac{1}{2}(x^2-2y)$

(9) $-\frac{2x-y}{3}+\frac{3(x-y)}{2}$ (10) $x-\frac{2x-y}{3}$

(11) $\frac{2}{3}a+b+\frac{b-4a}{6}$ (12) $\frac{6a-4b}{4}-\frac{a-2b}{2}$

3. 次の等式を [] 内の文字について解け。

(1) $ax+b=c$ [x] (2) $V=2\pi r^2h$ [h]

(3) $S=A(2+3r)$ [r] (4) $0.5a(b+c)=d$ [c]

(5) $3(x-y)=2-z$ [x] (6) $\frac{3(x+y)}{4a}=6$ [x]

<解答>

$$(7) 3x^2 - 3xy$$

$$(8) \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}y$$

$$(9) \frac{5x-7y}{6}$$

$$(10) \frac{x+y}{3}$$

$$(11) \frac{7}{6}b$$

$$(12) a$$

3.

$$(1) x = \frac{c-b}{a}$$

$$(2) h = \frac{V}{2\pi r^2}$$

$$(3) r = \frac{S}{3A} - \frac{2}{3}$$

$$(4) c = \frac{2d}{a} - b$$

$$(5) x = \frac{2-3y-z}{3}$$

$$(6) x = 8a - y$$

<解答>

1.

$$(1) -6a^2$$

$$(2) 6x^2y$$

$$(3) -2x^3$$

$$(4) 7$$

$$(5) -\frac{3xy}{z}$$

$$(6) -\frac{b}{2}$$

$$(7) 18a^2x^2$$

$$(8) -3a$$

$$(9) \frac{a^2}{2}$$

$$(10) 3x^2$$

2.

$$(1) -4b$$

$$(2) -11x + y$$

$$(3) -10x - 7y$$

$$(4) 10x - 4y$$

$$(5) \frac{1}{3}x - \frac{14}{3}y$$

$$(6) \frac{7}{6}x - \frac{5}{6}y$$

Aコース ヒントプリント

$$1 (5) (-12xyz) \div 4z^2 = -\frac{12xyz}{4z^2}$$

$$(8) -2a^2 \div 6ab^2 \times (-3b)^2 = -2a^2 \div 6ab^2 \times 9b^2 = -\frac{2a^2 \times 9b^2}{6ab^2}$$

この部分を先に計算する \wedge 分数の形にする

$$(9) 4ab \times \left(-\frac{1}{8}ab^2\right) \div (-ab^2) = \frac{4ab \times ab^2}{8 \times ab^2}$$

$-\frac{ab^2}{8}$ と考える

$$3 (3) S = A(2+3r), A(2+3r) = S, 2A+3Ar = S$$

$\underbrace{\hspace{10em}} \uparrow$ $\underbrace{\hspace{10em}} \uparrow$
 左辺と右辺を 左辺のかっこを
 入れ換える はずす

$$(4) 0.5a(bc) = d, \frac{1}{2}a(b+c) = d, a(b+c) = 2d, b+c = \frac{2d}{a}$$

$\underbrace{\hspace{10em}} \wedge$
 0.5を $\frac{1}{2}$ にかえる

$$(6) \frac{3(x+y)}{4a} = 6, 3(x+y) = 6 \times 4a$$

$\underbrace{\hspace{10em}} \uparrow$
 両辺に $4a$ をかける

〈解答〉

$$\langle \text{例題 1} \rangle \quad -2y = 5[-3x] \quad y = \frac{[5-3x]}{-2} \quad y = \frac{[-5+3x]}{2}$$

$$\text{【類題 1】} \quad (1) \quad y = \frac{15-5x}{3} \quad (2) \quad y = \frac{3x-4}{5}$$

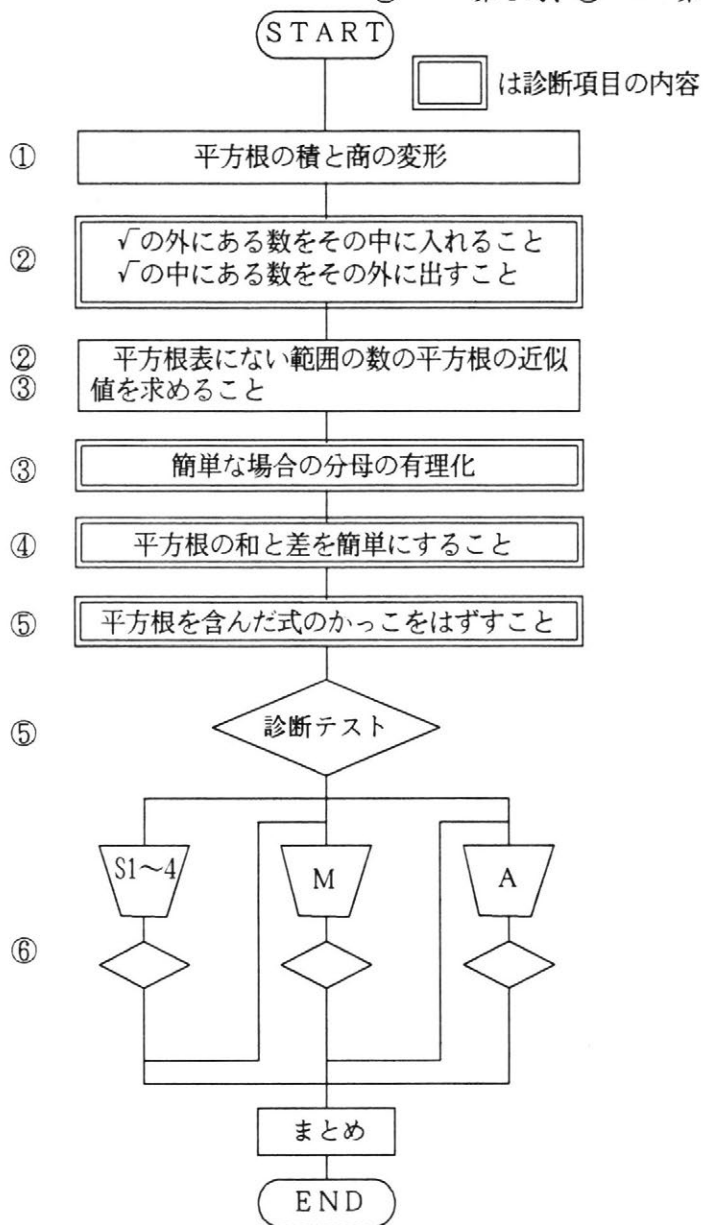
$$\langle \text{例題 2} \rangle \quad Sh = [3]V \quad h = \frac{3V}{S}$$

$$\text{【類題 2】} \quad (1) \quad a = \frac{V}{bc} \quad (2) \quad h = \frac{3V}{\pi r^2}$$

根号を含んだ式の計算

(6時間完了)

① … 第1時、② … 第2時を表す

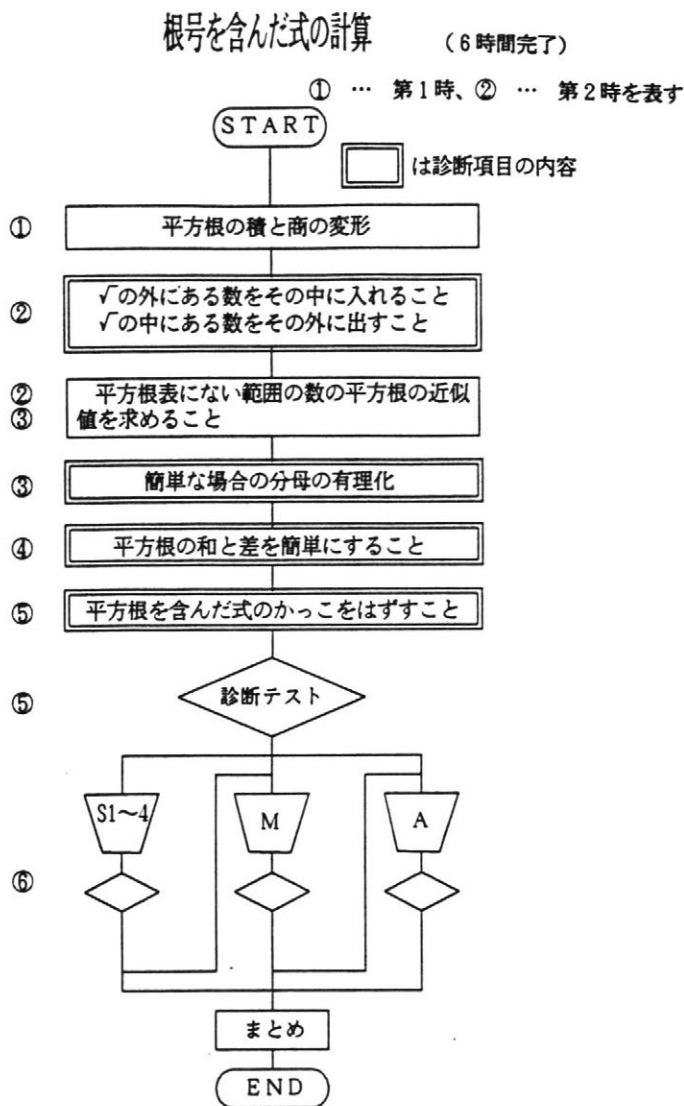


(図1) 流れ図

3. 3年「平方根」

(1) 指導の流れ

「平方根」は、「1. 平方根」と「2. 根号を含んだ式の計算」の2つの内容に分かれており、「1. 平方根」の章は、主として概念を指導する部分、「2. 根号を含んだ式の計算」は、数を用いて、ものごとをいっそう広く考察・処理することを指導する部分である。そこで、「1. 平方根」については、一斉指導を中心に行い、「2. 根号を含んだ式の計算」については、一斉指導後に、図1のようにコース別学習を設定することとした。



(図1) 流れ図

(2) 開発した教材

① 診断項目と診断テスト

「2. 根号を含んだ式の計算」では、

- ・根号の外にある数を中に入れること
- ・根号の中の数を外に出すこと
- ・分母の有理化
- ・平方根の積・商及び和と差を簡単にすること

を基礎・基本と考えた。

さらに、深化・発展のコースに進む生徒を診断するため、

- ・平方根を含んだ式のかっこをはずすこと及びやや複雑な式を簡単にすることも必要であると考え、診断テスト（資料3-1）とチェックカード（資料3-2）を作成した。

② 診断テスト問題の考察

診断テストの結果は表1の通りであった。

(表1)

問	題	正答率%	主	な	誤	答	例
1	①	93					
	②	91					
	③	21	$\frac{\sqrt{72}}{2}$,	$\frac{\sqrt{72}}{4}$		
2	①	100					
	②	90					
	③	77	$\frac{\sqrt{18}}{7}$				
3	①	90					
	②	74	$\frac{\sqrt{118}}{18}$				

	③	53	$\frac{9\sqrt{75}}{75}$
4	①	97	
	②	94	
	③	85	$\sqrt{90}$
	④	76	$\sqrt{2}$
	⑤	82	
	⑥	81	
5	①	78	5
	②	56	
	③	77	$5 + 4\sqrt{5} + 4, 13\sqrt{5}$
	④	67	$7 - 2\sqrt{4}$
	⑤	67	1
	⑥	57	$\sqrt{2}$

問題1では、根号の外にある数の中に入れることができるかを診断した。①、②は、同種の問題であり、基本的な内容であるため、正答率も、ともに90%を越えている。③については、どのクラスも、他の全ての問題に比べて、最も正答率が低いという結果が得られた。誤答例の多くは、分母の数が $\sqrt{\quad}$ の中に入れてない状態や、約分がなされていない状態の2種類が圧倒的に多く、この結果から、③の問題の前に、分母の数

をの中にいれる問題、例えば $\frac{\sqrt{21}}{3}$ を付け加えることによって、③の問題に対し、ケアレスミスでひっかかってしまう生徒は、減少するであろうと考える。それによって、「根号の外にある数を中に入れる」ことが真に理解できていない生徒が、うまく抽出されてくるのではないかと考える。

問題2では、根号の中の数を外に出し、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にすることができるかを診断した。①については、正答率が100%であったが、②になると $\sqrt{\quad}$ の中の数値が大きくなるためか、正答率は、約85%に下がってしまっている。また、③については、分母・分子とも $\sqrt{\quad}$ の外に数を出さなければならないが、ともに数値が小さいためか、正答率は高かった。まちがった生徒を見てみると、無答が多く、 $\sqrt{\quad}$ の中が分数の場合の方法をきちんと押さえなければならない生徒を発見するには、有効な問題であると考えられる。よって、 $\sqrt{\quad}$ の中が比較的小さい数の場合、 $\sqrt{\quad}$ の中が比較的大きい数の場合、そして、 $\sqrt{\quad}$ の中が分数値の場合という、3種類の問題を出題することで、「根号の中の数を外に出す」という診断項目が確認できるのではないかと思う。

問題3では、分母の有理化をすることができるかを診断した。①の正答率は非常に高く、②、③になるに従い、正答率は、下降している。これは、難度が増していくためであり、当り前の結果であるが、③のように、分母の $\sqrt{\quad}$ の中の数できるだけ簡単にしてから分母を有理化する問題では、その方法を使わせるために、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ大きい数値にすることによって、まちがいやすくさせ、コース学習で、もう一度、その方法を復習させるという手段をとった。

問題4では、平方根の積・商及び和と差を簡単にすることができるかを診断した。①、②、③については、平方根の乗除で、実際には、乗法については問題1や問題2を考える際の手段としてすでに使っているが、計算を意識させるため、あえて、①の問題を載せた。③については、計算の結果を、また $\sqrt{\quad}$ の中ができるだけ簡単な数にすることまでを期待した問題である。①や②については、100%に近い正答率であるが、③については、ねらい通り、誤答例で一番多く出現したのは $\sqrt{90}$ であった。④については、和と差の問題であるが、文字式において、同類項をまとめるときと同じ考えを平方根においても使えるかどうかを探ることと、もうひとつは、 $5\sqrt{2}-5=\sqrt{2}$ というまちがいをする生徒の発見を意識して作成した。やはり、誤答の中に、上記のような誤答例が多く確認された。また、⑤、⑥については、問題2の内容、つまり、「 $\sqrt{\quad}$ の中の数、できるだけ簡単な数にする」ということができていない限り正答は出てこないが、④と同様、文字式における同類項をまとめるときと同じような考え方ができるかということと、 $5\sqrt{3}+3\sqrt{2}=8\sqrt{5}$ のようなまちがいをする生徒の発見を意識して作成した。

問題5では、平方根を含んだ式のかっこをはずすことと、やや複雑な式を簡単にすることができるかを診断した。この項目は、①から⑤までは、式の計算の単元の展開の内容に平方根を加えたもので、基本的な分配法則をはじめとして、3年生で学習してきた乗法公式を使って、根号を含んだ式を簡単にすることができるかを探るための問題である。また、⑥については、分母の有理化と式を簡単にすることを絡めた問題であり、2つ以上の項目を使って式を簡単にすることができるかを探るためのものである。これらの問題になると、以前の単元の内容も含まれるため、当然ながら正答率も低い。6問中、全問正解しないと合格にならないというのは、かなり厳しいようであるが、他の単元の内容も絡んでいるということもあり、コース別学習の中でもう一度復習をさせることも大切であると考えた。

また、診断テストの結果をS-P分析したところ、(資料3-3)のようになった。

③ 各学習シートの考察

<Sコース>

「根号を含んだ式の計算」におけるSの各コースは、基本的な事項を復習させるためのコースであり、例題を参考にして類題を解き、基礎を身につけていけるように設定してある。ここでは、診断項目の中の基本的な事項に対して、S1からS4までの4つのコースを設定し、基礎・基本の定着を図った。

S1コース(資料3-4)へ進んだ生徒のうち、診断テストの問題1の③のみをまちがえてしまった生徒は、約80%であった。その③の型をきちんと理解させていくためには、例題や類題で、その型を取り入れることが重要である。例題では、考え方が、詳細に扱ってあるため、理解しやすかったためか、ほぼ全員が、短時間で次の該当コースへと通過していった。

S2コース(資料3-5)は、根号をふくんだ式の計算では欠かすことのできない重要な基本事項である。そのため、生徒には、例題においては、できるだけ視覚に訴える形(かなり面倒である)で復習させようと考えた。このコースにきた生徒の中で、単に計算ミスのためという理由の生徒は、暗算を使って、短時間で通過していくであろうし、真に理解できていない生徒については、素因数分解という面倒な方法を使っても、時間をかけて理解させていかなければならない内容である。このコースについても、全員が、通過することができた。

S3コース(資料3-6)は、やや複雑な計算によく出てくる、分母の有理化を理解させるコースである。ここでは、分母と同じ無理数を分母・分子にかけて有理化する方法と、分母の $\sqrt{\quad}$ の中の数を外に出してから有理化するという2つの方法を復習さ

せるものである。類題については、まずは、分母と同じ無理数を分母・分子にかけて有理化するパターン、次に分母の数のうちの $\sqrt{\quad}$ の部分に注目して有理化するパターン、そして、最後に $\sqrt{\quad}$ の中の数をできるだけ簡単な形にしてから有理化するパターンというように、段階的に有理化を復習できるように設定した。このコースについては、1名だけ通過することができなかったが、分母の有理化の意味については、理解させることができたと考える。

S4コース(資料3-7)の例題1と類題1では、乗・除の計算方法を重視することばかりではなく、得られた計算結果をもう一度じっくり見させ、S2コースで扱った内容まで想起させ、 $\sqrt{\quad}$ の中の数をできるだけ簡単にすることまでを期待している。乗法については、2つの数を公式通りかける前に、もしも $\sqrt{\quad}$ の外に数が出せる場合は先に出してから計算をさせるというように例題が作成してある。これは、 $\sqrt{\quad}$ の中の数が大きくなればなるほど、かけてしまった後、外に数が出にくくなるということを考慮したものである。除法については、乗法のときのような配慮はしていないが、類題の⑥で、 $\sqrt{\quad}$ の外に数が出ている形の除法を配置し、慣れさせるようにしてある。

S4コースの例題2と類題2では、 $\sqrt{\quad}$ の中が同じものの和や差については、まとめることができるということを復習するコースであると同時に、 $\sqrt{\quad}$ の中がちがっているものについては、文字式の種類項のようにまとめることはできないことを確認させるコースでもある。また、 $\sqrt{\quad}$ の中がちがっていても、 $\sqrt{\quad}$ の外に数を出すことによってまとめることができるものがあるということも復習させている。

<Mコース>(資料3-8)

このコースは、やや複雑な式の計算練習をさせるコースである。内容としては、分配法則を使って、かっこをはずしていくものから始まり、3年生の式の計算の単元で学習した乗法公式を利用して、展開してまとめるという問題、そして、分母の有理化と加・減を行う複合問題という順になっている。このコースにやってくる生徒は、SコースのプリントをこなしてからMコースへという者や、診断テスト直後にMコースへという2通りが考えられるが、このコースの問題を解くために必要な知識はすでにSコースで復習されているか、あるいは以前の一斉授業時に身につけているはずである。

<Aコース>(資料3-9)

このコースは、診断テストで満点だった生徒や、早い時間でAコース以外のコースをこなしてきた生徒のために作られたコースであり、全ての生徒に、このコースの問題を理解させようとは考えていない。ここでは、根号を含んだ式の計算がきちんと理

解できている、あるいは、このコース別学習を通して、きちんと理解できた生徒を対象とする。よって、問題の中には、中学校段階を越えた問題まで含んでいる。従って、解答には、解き方の解説を付けている問題もある。

④ 進んだコース（どの学習シートをどれだけの子が解いたか）

・ 3 クラス 108名の結果

	Sコース				M コース
	S 1	S 2	S 3	S 4	
割合%	81	24	52	41	69
通過率%	100	100	98	76	71
不通過者	0人	0人	1人	10人	20人

※Aコースへ到達した者 88名 81%

(3) 指導を終えて

診断テストの時間を除いて、コース別学習に充てられた時間は1時間であり、その1時間を無駄にしないためにも、各コースの問題の質、量には、細心の注意を払ったつもりである。S 1 コースからS 4 コースの全てに該当する生徒は、全体の19%であり、S 4 コースまで終了できなかった者はそのうち50%ほどであった。S 4 コースについては、積と商、和と差の2つの内容に分けられているため、例題・類題ともにやや量が多かったようである。コース別学習の趣旨から考えると、Sコースの全てに該当した生徒が、この1時間で全員Sコースを終了できる量を考えていかねばならないであろう。また、前単元（式の計算）との複合問題を考えていくMコースについては、延べ20名の生徒が終了できなかった。S 4 コース未終了の10名は、全員Mコースに該当していたため、残り10名がMコースのワークシートでつまづいてしまったことになる。いずれにしても、この20人に対し、授業者の助言が与えられればとても効果的なのだが、限られた時間で対応することは、やはり不可能である。今回のコース別学習では、Aコースを終了した者の一部に、アドバイスをさせるという方法をとったが、Sコースで、悩んでいる者も、友だちがアドバイスしてくれるということもあり、真剣に取り組むことができているようであった。

最後に、S 4 コースを終了できなかった生徒が10人を数えたことについては、コースの設定方法自体に問題があったということであろう。指導者の立場としては、S 4 コースの内容つまり、平方根の積・商及び和と差を簡単にすることまでを基礎・基本と考え欲張ってしまったが、この結果から考えると、S 3 コースまでを基礎・基本と考えてコースを設定した方が手当がしやすいということが分かった。

(資料3-1)

診断テスト (根号をふくんだ式の計算)

組 番 氏名

【1】次の数で、根号の外にある数の中に入れよ。

① $2\sqrt{5}$

② $3\sqrt{3}$

③ $\frac{3\sqrt{8}}{2}$

【2】次の数で、根号の中の数を外に出し、簡単にせよ。

① $\sqrt{12}$

② $\sqrt{1000}$

③ $\sqrt{\frac{18}{49}}$

【3】次の分母の有理化をせよ。

① $\frac{3}{\sqrt{2}}$

② $\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}$

③ $\frac{9}{\sqrt{75}}$

【4】次の計算をせよ。

① $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$

② $\sqrt{35} \div \sqrt{5}$

③ $\sqrt{6} \times \sqrt{15}$

④ $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5$

⑤ $\sqrt{48} + 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$

⑥ $\sqrt{75} + 3\sqrt{3} - \sqrt{48}$

【5】次の計算をせよ。

① $\sqrt{3}(2\sqrt{3} - 1)$

② $(\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(\sqrt{3} - 5\sqrt{2})$

③ $(\sqrt{5} + 2)^2$

④ $(7\sqrt{3} - 2\sqrt{12}) \div \sqrt{3}$

⑤ $(\sqrt{7} + 2\sqrt{3})(\sqrt{7} - 2\sqrt{3})$

⑥ $\sqrt{2} + \frac{1}{2}$

(資料3-2)

チェックカード

(根号をふくんだ式の計算)

組 番 氏名

番 号	解 答	チェック	コース別学習のための指示
1	① $\sqrt{20}$		1の正解が2問以下 ↓ ↓ S 1 コースへ
	② $\sqrt{27}$		
	③ $\sqrt{18}$		
2	① $2\sqrt{3}$		2の正解が2問以下 ↓ ↓ S 2 コースへ
	② $10\sqrt{10}$		
	③ $\frac{3\sqrt{2}}{7}$		
3	① $\frac{3\sqrt{2}}{2}$		3の正解が2問以下 ↓ ↓ S 3 コースへ
	② $\frac{\sqrt{14}}{6}$		
	③ $\frac{3\sqrt{3}}{5}$		
4	① $\sqrt{6}$		4の正解が5問以下 ↓ ↓ S 4 コースへ
	② $\sqrt{7}$		
	③ $3\sqrt{10}$		
	④ $5\sqrt{2}-5$		
	⑤ $5\sqrt{3}+3\sqrt{2}$		
	⑥ $4\sqrt{3}$		
5	① $6-\sqrt{3}$		5の正解が5問以下 ↓ ↓ Mコースへ
	② $23-7\sqrt{6}$		
	③ $9+4\sqrt{5}$		
	④ 3		
	⑤ -5		
	⑥ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$		

※どれにもあてはまらない人は Aコース へ進もう。

(資料3-3)

*** S-P 表 ***

標題 : ハイホウコンシダマン

学年 = 3

クラス = C

問題数 = 21

生徒数 = 37

問題	2	4	4	3	1	1	4	2	5	4	4	4	2	3	5	5	5	5	5	3	1	得点	正答率	注意係数
学習者	1	1	2	1	1	2	5	2	1	6	3	4	3	2	4	3	5	6	2	3	3			
302	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	21	1.00	0.00
306	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	21	1.00	0.00
319	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	21	1.00	0.00
321	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	21	1.00	0.00
343	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+	21	1.00	0.00
314	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.0:	20	0.95	0.00
317	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.0:	20	0.95	0.00
320	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.0:	20	0.95	0.00
335	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.0:	20	0.95	0.00
336	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+0	20	0.95	0.00
310	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.1+1	20	0.95	0.58 !
301	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.1:0	19	0.90	0.04
311	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.1:0	19	0.90	0.25
318	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.1:0:1	19	0.90	0.43
344	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.1.1:1	19	0.90	0.71 !!
308	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.0:1:0	18	0.86	0.06
333	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.0:1:0	18	0.86	0.06
309	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.1:0:0	18	0.86	0.17
337	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.1:0:0	18	0.86	0.28
341	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.1:1:0	18	0.86	0.39
315	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+1:1:0	18	0.86	0.47
305	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0+1.1:0:1	18	0.86	0.61 !
342	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1+0:1:1:0	17	0.81	0.33
316	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.1.0:1:0:0	16	0.76	0.20
303	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.1.0:0:1:0:0	15	0.71	0.10
334	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1:1:0:0:0:0	14	0.67	0.14
307	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.1:0.0:0:0:1:1:0	14	0.67	0.33
331	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0:1.0:1:0:0:0:0:0	12	0.57	0.07
346	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0+0.1:1:0:0:0:0:0:0	12	0.57	0.07
339	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.0+0:1:1:1:0:0:0:0	11	0.52	0.35
340	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0:0.1:1:0:0:0:0:0:0	10	0.48	0.30
312	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.0:1:0:0:0:0:0:0	9	0.43	0.16
338	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0:1.0.1:1:0:0:0:0:0	9	0.43	0.24
313	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1:0.0.0:0:1:0:0:0:0	8	0.38	0.33
304	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.0:0:0:0:0:0:0:0:0	7	0.33	0.00
345	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.0:0:0:0:0:0:0:0:0	7	0.33	0.04
332	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0	0.00	0.00
正答者数	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	1				
	6	6	6	4	4	4	2	1	0	0	0	7	7	6	6	5	5	1	0	9	9			
注意係数	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
		
	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	4	0	2	3	3	0	2	1	1	0	1			
注意マーク	0	0	0	9	5	5	9	3	0	3	6	7	4	2	6	1	6	5	1	3	0			

平均正答率 = 0.757 差異係数 (D*) = 0.208

(資料3-4)

S 1 コース (根号をふくんだ式の計算)

組 番 氏名

《根号の外にある数を中に入れることができるようになろう》

【例題】

$$2\sqrt{3} = 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{12}$$

のように、 $\sqrt{\quad}$ の外にある数を $\sqrt{\quad}$ の中に入れることができます。

$$\cdot 5\sqrt{3} = 5 \times \sqrt{3} = \sqrt{\quad} \times \sqrt{3} = \sqrt{\quad}$$

$$\cdot \frac{\sqrt{20}}{2} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{\quad}} = \sqrt{\quad}$$

【類題】 次の数を \sqrt{a} の形になおしなさい。

① $3\sqrt{5}$

② $2\sqrt{7}$

③ $5\sqrt{10}$

④ $5\sqrt{\frac{1}{5}}$

⑤ $\frac{\sqrt{54}}{3}$

⑥ $\frac{\sqrt{12}}{2}$

<解答>

【例題】

$$25 \quad 75$$

$$4 \quad 5$$

【類題】

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{45} \quad \textcircled{2} \quad \sqrt{28}$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{250} \quad \textcircled{4} \quad \sqrt{5}$$

$$\textcircled{5} \quad \sqrt{6} \quad \textcircled{6} \quad \sqrt{3}$$

(資料3-5)

S2コース (根号をふくんだ式の計算)

組 番 氏名 _____

《根号の中にある数を外に出すことができるようになろう》

【例題】

$\sqrt{12}$	$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$	$\sqrt{12}$	$\begin{array}{r} 2 \overline{) 72} \\ \underline{4} \\ 36 \\ \underline{36} \\ 0 \end{array}$
$= 2 \times \sqrt{3}$	$\textcircled{3}$	$= 2 \times 3 \times \sqrt{2}$	$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ \underline{4} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$
$= 2\sqrt{3}$		$= 6\sqrt{2}$	$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9} \\ \underline{9} \\ 0 \end{array}$
250	$\begin{array}{r} 2 \overline{) 250} \\ \underline{4} \\ 50 \\ \underline{50} \\ 0 \end{array}$	$\sqrt{\frac{7}{25}} = \frac{\sqrt{7}}{5}$	$\begin{array}{r} 5 \overline{) 25} \\ \underline{5} \\ 0 \end{array}$
$= \sqrt{5} \times \sqrt{2 \times 5}$	$\textcircled{5}$		
$= 5\sqrt{10}$	$\textcircled{5}$		

【類題】 次の数を $a\sqrt{b}$ の形にしなさい。

① $\sqrt{18}$

② $\sqrt{75}$

③ $\sqrt{96}$

④ $\sqrt{720}$

⑤ $\sqrt{\frac{2}{9}}$

⑥ $\sqrt{\frac{13}{81}}$

<解答>

【類題】

① $3\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{3}$

③ $4\sqrt{6}$ ④ $12\sqrt{5}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ⑥ $\frac{\sqrt{13}}{9}$

(資料 3-6)

S 3 コース (根号をふくんだ式の計算)

組 番 氏名 _____

《分母の有理化ができるようになろう》

【例題】

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

のように、分母に $\sqrt{\quad}$ をふくまない形にすることができます。

$\sqrt{\quad}$ の中の数が簡単になるときは

$$\frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

のように、分母の $\sqrt{\quad}$ の中の数を外に出してから有理化をしましょう。

【類題】 次の数の分母の有理化をなさい。

① $\frac{10}{\sqrt{5}}$

② $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

③ $\frac{5}{3\sqrt{2}}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}$

⑤ $\frac{6}{\sqrt{12}}$

⑥ $\frac{8}{\sqrt{48}}$

(資料3-7)

S 4 コース (根号をふくんだ式の計算)

組 番 氏名 _____

《根号をふくんだ式の計算ができるようになろう》

積 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$, 商 $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

【例題 1】

- ① $\sqrt{15} \times \sqrt{3} = \sqrt{(\quad) \times (\quad)} = \sqrt{(\quad)} = (\quad)$
- ② $\sqrt{18} \times \sqrt{6} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{6} = 3 \times \sqrt{(\quad) \times (\quad)} = 3\sqrt{(\quad)}$
 $= 3 \times (\quad) \sqrt{(\quad)}$
 ※ $\sqrt{\quad}$ の中の数にはできるだけ簡単に! $= (\quad) \sqrt{(\quad)}$
- ③ $\sqrt{18} \div \sqrt{2} = \sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{(\quad)} = (\quad)$

【類題 1】 次の計算をしなさい。

- ① $\sqrt{5} \times \sqrt{10}$ ② $\sqrt{32} \times \sqrt{2}$

- ③ $\sqrt{15} \times (-\sqrt{3})$ ④ $\sqrt{10} \div \sqrt{5}$

- ⑤ $(-\sqrt{12}) \div \sqrt{3}$ ⑥ $8\sqrt{42} \div 2\sqrt{7}$

【例題 2】

※ $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$ のように、 $\sqrt{\quad}$ の中が同じものの和や差は、
 $3a + 5a = 8a$ と同じようにまとめることができます。

- ① $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = ([\quad] + [\quad])\sqrt{2} = [\quad]\sqrt{2}$
- ② $2\sqrt{6} - 8\sqrt{6} = ([\quad] - [\quad])\sqrt{6} = [\quad]\sqrt{6}$

※ $\sqrt{50} + \sqrt{32}$ などは、 $\sqrt{\quad}$ の中の数を外に出して考えてみよう。

- ① $\sqrt{50} + \sqrt{32} = [\quad]\sqrt{2} + [\quad]\sqrt{2} = [\quad]\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{27} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = [\quad]\sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = [\quad]\sqrt{3} + \sqrt{2}$

★注意 $2\sqrt{3} + \sqrt{2}$ はもうこれ以上簡単にできません!

【類題 2】 次の計算をしなさい。

- ① $\sqrt{2} + \sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$

- ③ $3\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{48} - 5\sqrt{3}$

- ⑤ $-8\sqrt{5} - \sqrt{20}$ ⑥ $\sqrt{12} + 2\sqrt{27}$

- ⑦ $\sqrt{18} + \sqrt{12} - 3\sqrt{2}$ ⑧ $\sqrt{75} - \sqrt{27} - \sqrt{12}$

<解答>

【例題1】

- ① 15 3 45 $3\sqrt{5}$
② 2 6 12
 2 3
 6 3
③ 9 3

【類題1】

- ① $5\sqrt{2}$ ② 8
③ $-3\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{2}$
⑤ -2 ⑥ $4\sqrt{6}$

<解答>

【例題2】

- ① 3 5 8
② 2 8 -6
③ 5 4 9
④ 3 2

【類題2】

- ① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{2}$
③ $-\sqrt{3}$ ④ $-\sqrt{3}$
⑤ $-10\sqrt{5}$ ⑥ $8\sqrt{3}$
⑦ $2\sqrt{3}$ ⑧ 0

<解答>

【類題】

①	$2\sqrt{5}$	②	$\frac{\sqrt{10}}{2}$
③	$\frac{5\sqrt{2}}{6}$	④	$\frac{\sqrt{10}}{15}$
⑤	$\sqrt{3}$	⑥	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(資料3-8)

Mコース (根号をふくんだ式の計算)

組 番 氏名

《やや複雑な根号をふくんだ式の計算ができるようになろう》

『乗法の公式の確認』

$$\cdot (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$\cdot (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$\cdot (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

※ $\sqrt{\quad}$ の中の数にはできるだけ簡単にしておくこと。

※分母の有理化をしておくこと。

【練習】 次の式を簡単にしなさい。

① $\sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

② $\sqrt{2}(\sqrt{8} - \sqrt{32})$

③ $\sqrt{5}(\sqrt{15} - \sqrt{5})$

④ $(\sqrt{8} + \sqrt{20}) \div (-\sqrt{2})$

⑤ $(\sqrt{45} - \sqrt{30}) \div (-\sqrt{5})$

⑥ $(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 3)$

⑦ $(\sqrt{7} + 3)^2$

⑧ $(\sqrt{2} + 2)(\sqrt{2} - 2)$

⑨ $\sqrt{18} - \frac{2}{\sqrt{2}}$

⑩ $\frac{4}{\sqrt{8}} - \frac{20}{\sqrt{50}}$

<解答>

【練習】

- | | |
|--------------------------|--------------------|
| ① $3\sqrt{2} + \sqrt{6}$ | ② -4 |
| ③ $5\sqrt{3} - 5$ | ④ $-2 - \sqrt{10}$ |
| ⑤ $-3 + \sqrt{6}$ | ⑥ $2\sqrt{3}$ |
| ⑦ $16 + 6\sqrt{7}$ | ⑧ -2 |
| ⑨ $2\sqrt{2}$ | ⑩ $-\sqrt{2}$ |

(資料3-9)

Aコース (根号をふくんだ式の計算)

組 番 氏名

《複雑な根号をふくんだ式の計算ができるようになろう》

【1】 次の式を計算しなさい。

① $\sqrt{72} + \sqrt{50}$

② $\sqrt{45} - \sqrt{80}$

③ $\sqrt{108} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$

④ $-\sqrt{28} + \sqrt{112} - \sqrt{63}$

⑤ $\sqrt{6} - \sqrt{8} + \sqrt{24} - \sqrt{72}$

⑥ $\sqrt{\frac{96}{25}} - \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{216}{225}}$

【2】 次の式を計算しなさい。

① $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

② $(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}})^2$

③ $(3 - \sqrt{8})(3 + 2\sqrt{2})$

④ $(\sqrt{32} + 5\sqrt{3})(2\sqrt{8} - \sqrt{75})$

⑤ $(\sqrt{2} + 2)(\sqrt{2} - 1)$

⑥ $(10 - \sqrt{6})(10 + \sqrt{24})$

⑦ $(\sqrt{3} + 2\sqrt{6})(2\sqrt{3} + \sqrt{6})$

⑧ $(\sqrt{10} - \sqrt{5})(\sqrt{8} + 2)$

【3】 次の式を計算しなさい。

① $\sqrt{2}(\sqrt{6} + \sqrt{3}) + \sqrt{3}(\sqrt{6} - 1)$

② $(\sqrt{2} - 1)2 + \sqrt{8}$

③ $4\sqrt{3} - \sqrt{8}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

④ $\sqrt{5}(2 - 3\sqrt{5}) - (\sqrt{20} + 3)$

⑤ $\sqrt{135} \cdot 5 \div \sqrt{5} + \sqrt{75} - \sqrt{243}$

⑥ $2\sqrt{26} \div \sqrt{28} \times 7\sqrt{13} - 3\sqrt{14}$

【4】 次の式を計算しなさい。

① $(\sqrt{3} - 2)^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

② $(\sqrt{5} - 3)^2 + 4(\sqrt{5} - 3) + 2$

③ $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + 5) - \sqrt{\frac{1}{8}} + \frac{\sqrt{3} + \sqrt{24}}{\sqrt{6}}$

④ $\frac{4 - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} + \frac{\sqrt{56} + \sqrt{24}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$

<解答>

【1】

- ① $11\sqrt{2}$ ② $-\sqrt{5}$
③ $5\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{7}$
⑤ $3\sqrt{6}-8\sqrt{2}$ ⑥ $\frac{\sqrt{6}}{15}$

【2】

- ① $5+2\sqrt{6}$ ② $\frac{4}{3}$
③ 1 ④ -43
⑤ $\sqrt{2}$ ⑥ $88+10\sqrt{6}$
⑦ $18+15\sqrt{2}$ ⑧ $2\sqrt{5}$

<解答>

【3】

- ① $\sqrt{3}+\sqrt{6}+3\sqrt{2}$
② 3
③ -4
④ -18
⑤ $-\sqrt{3}$
⑥ $10\sqrt{14}$

【4】

- ① 10
② $4-2\sqrt{5}$
③ $9+\frac{25\sqrt{2}}{4}$
④ $4\sqrt{2}$

$4=2\sqrt{2}\times\sqrt{2}$ と考えると、

$4-2\sqrt{2}=2\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)$

$\sqrt{56}+\sqrt{24}$ は $\sqrt{8}$ を取り出して

$\sqrt{8}(\sqrt{7}+\sqrt{3})$

4. 3年「円の性質」

(1) 指導の流れ

「円の性質」は、「1. 円」と「2. 円周角」の2つの内容に分かれている。

「1. 円」についての指導の内容は、2円の位置関係や円と接線、外接している円や内接している円をかくことから円の性質をとらえることが主であり、一人一人の思考のしかたが異なるためコース別学習にはそぐわないので従来の一斉学習のままとした。

「2. 円周角」については、「§1円周角」「§2円周角の定理を使って」の2つの内容で構成されており、「§1円周角」は、定理を理解して、円周角や中心角の大きさを求める内容であり、「§2円周角の定理を使って」は、円周角の関係から円に内接する四角形の角の大きさを求めたり、接線と弦の作る角の大きさを求めたりすることが主な内容である。定理を理解させることについてコース別学習を取り入れることは難しい。そのため、角の大きさを求めることに焦点をあててコース別学習をさせることとした。

指導の流れは、図1のように、「§1円周角」では学習時間（6時間）を設定し、その内、コース別学習に使用する時間を2時間あてることとした。2時間の内には、診断テスト15分と自己採点・コース選択の時間（5分程度）も含むものとした。「§2円周角の定理を使って」でも同様に設定した。

§1円周角（6時間完了）

§2円周角の定理を使って

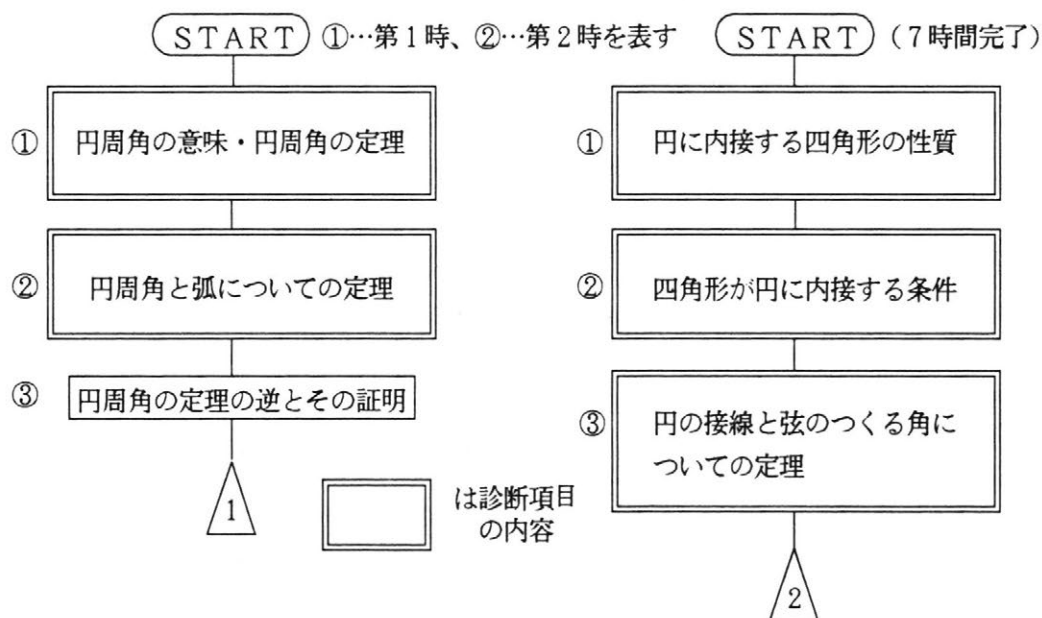
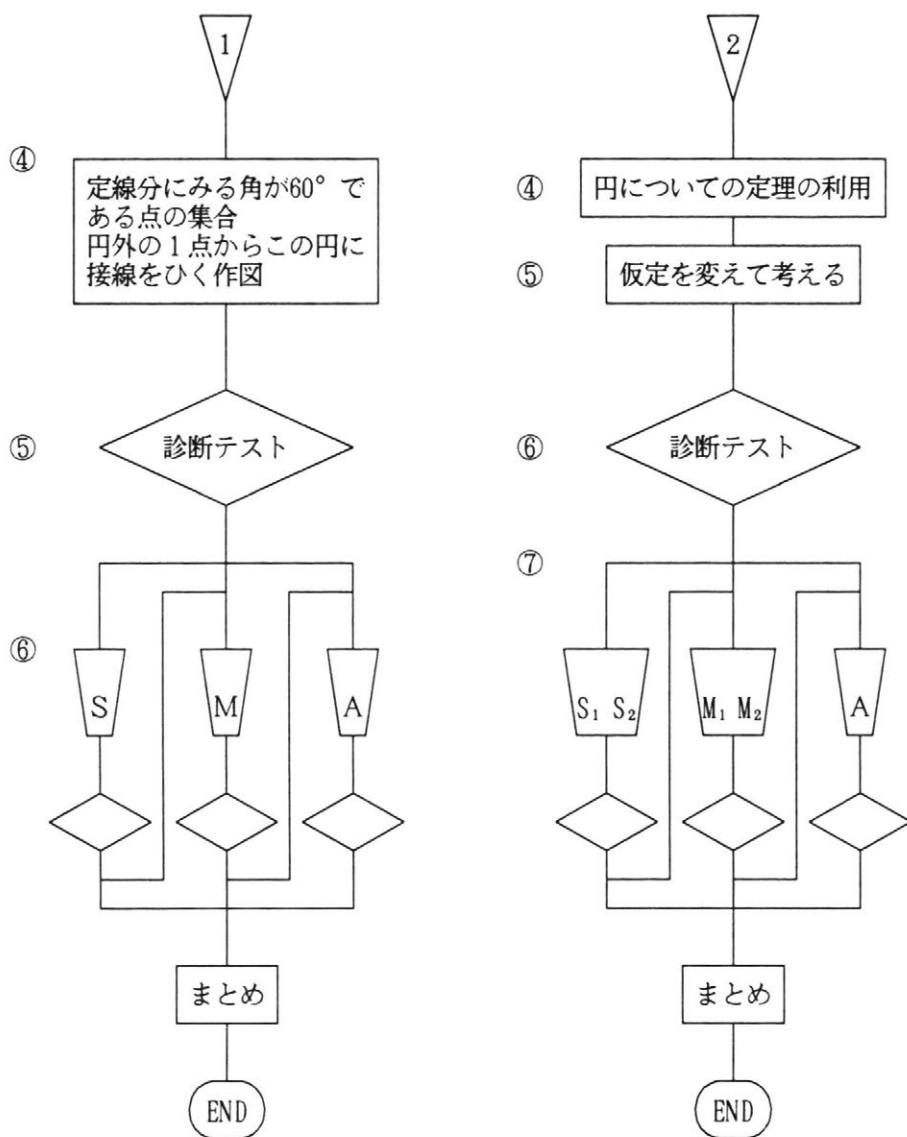


図1 流れ図



(2) 開発した教材

① 診断項目と診断テスト

「円周角」の一斉学習での学習内容は、基礎事項から発展事項まで多岐に渡っているため、つまずきの箇所を自己診断させるために、難易度をつけた診断テストを作成することとした。

「§1 円周角」の診断テスト（資料4-1）では、基本問題として

1. では、1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの半分であることを確認させる問題を3問
2. では、同じ弧に対する円周角の大きさは等しいことを確認させる問題を2問

3. では、1つの円で等しい弧に対する円周角は等しいことを確認させる問題を2問提示した。

コース別学習を進めるにあたって、深化・発展させるコースを選ばせるため、基礎・基本の応用として、次のような内容の問題も追加した。

- ・ 1つの円で、円周角を与えてそれに対する中心角の中心角の補角を求める問題
- ・ 1つの円で、補助線を入れて二等辺三角形を作ることによって円周角を求める問題
- ・ 1つの円で、補助線を入れて等しい弧に対する円周角を移すことによって円周角を求める問題
- ・ 直径に対する円周角は 90° であることを利用して角度を求める問題
- ・ 円周角と中心角を与えて、弧の比を求める問題 等

「§2 円周角の定理を使って」の診断テスト(資料4-2)では、基本問題として

【1】(1)では、円に内接する四角形の向かいあう内角の和は 180° であることを確認させる問題を1問、そして、円に内接する四角形の1つの内角は、それに向かいあう内角のとなりにある外角に等しいことを確認させる問題を1問

(2)では、四角形が円に内接する条件を確認させる問題を1問

(3)では、四角形が円に内接するために必要な角を確認させる問題を2問

【2】では、円の弦と、その一端からひいた接線とのつくる角は、その角内にある弧に対する円周角に等しいことを確認させる問題を2問提示した。

「§1 円周角」の診断テストのときと同様に、コース別学習を進めるにあたって、深化・発展させるコースを選ばせるため、基礎・基本の応用として、次のような内容の問題も追加した。

【1】(1)では、

- ・ 円に内接する四角形の性質で、円に内接する四角形の1つの内角を与え、その角が向かい合う内角のとなりにある外角と等しいことを使って角を移し、その角と求めたい角の和が三角形の外角になることを利用して角の大きさを求める問題
- ・ 2つの交わっている円で、補助線を入れることによってそれぞれの円に内接する四角形ができる。一方の円では、内接する四角形の性質の1つの内角と外角との関係を使って角を移し、その移した角と向かい合う内角の和が 180° になることを利用して角の大きさを求める問題

【2】では、

- ・接線と弦によって作られた角を与え、その角を接弦角の定理で移し、円の直径がつくる円周角 90° と三角形の内角の和は 180° になることを利用して角の大きさを求める問題
- ・円周角は、接線と弦が作る角に等しいことを利用して角を移し、円外の1点からひいた2本の接線の性質と三角形の内角の和が 180° になることを利用して円周角の大きさを求める問題
- ・補助線を入れることによって、直径の円周角が 90° になることを見つけ、接線と弦（補助線）のつくる角がその角内にある円周角と等しくなることと、三角形の内角の和が 180° になることを利用して角の大きさを求める問題
- ・補助線を1本入れることによって前出の問題と同じような形になることに気づき、二等辺三角形の底角の補角の大きさを求め、その角の大きさが接弦角の定理より求めたい角となる問題 等

② 診断テスト問題の考察

「§1 円周角」について、K中学校とS中学校で実施した。実施時間は、15分間とした。診断テスト実施後すぐにチェックカード（資料4-2）を使ってコースを選択させた。K中学校においては、89.5%の生徒が15分以内に診断テストを完了しており、実施に要する時間は15分で妥当であると考えられる。

表1 「§1 円周角」診断テスト 正答率と誤答例

問 題		正答率(K中)	正答率(S中)	誤 答 例
1	(1)	95	92	50°
	(2)	95	81	70°
	(3)	74	56	125°
	(4)	66	53	55°
	(5)	76	50	40°, 250°
2	(1)	92	94	
	(2)	92	67	60°
	(3)	100	92	
	(4)	76	81	70°, 75°
3	(1)	92	67	60°
	(2)	92	92	
	(3)	53	25	50°, 40°
	(4)	79	42	2 : 1

診断項目の内容について、診断テストの正答率(表1)やS-P表(表2)の問題注意係数から調べていくと、基本問題については、ほぼ90%以上の正答率を示し、問題の注意係数も低いため診断問題としての妥当性は高いといえる。ただし、1(1)は、やさしすぎたきらいがある。また、1(3)の問題の正答率が若干低いのは、中心角と円周角が直接に関係せず、求めたい円周角と関係する中心角の補角が与えられているため、1(1)、(2)の角の大きさを求めた調子で問題を解いたためのミスと考えられる125°という誤答が多くなった。S中学校で2(2)の正答率が予

想以上に悪く60°という誤答が多かった。これは、図を見たときによく調べないで、すぐに今までと同じ問題であると思い込んでしまった間違いである。このような問題を取り入れて注意を喚起させ、ケアレスミスに気付かせることも大切なことである。

発展問題において、K中学校の1クラスで1(5)に要注意の数値が出た。これは問題が異質の物が組み込まれているため出た結果であると考えられる。この問題をK中学校の他の学級やS中学校で調べてみたところ、正答率や問題注意係数の関係は良好な状態であった。そのため、診断問題として適当であると判断した。2(4)、3(3)、3(4)の正答率は、他の問題と比べると低い結果となっている。これは、Aコース(発展的課題)に取り組むには円周角についての知識を確実に身につけていることが必要であり、それを駆使して問題を解けた場合にAコースでも十分問題を解決していけるであろうと考えて問題を作成したため正答率は低い結果となった。

(表2) 「\$1円周角」診断テストS-P表

K中学校 (38名)

問題 学習者	2 1 1 3 2 3 2 3 2 1 1 1 3 (3)X2)1)X2)1)X1)X2)4)X4)5)3)X4)X3)	得点	正答率	注意係数
1 0 7	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	13	1.00	0.00
1 1 0	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	13	1.00	0.00
1 1 7	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	13	1.00	0.00
1 3 2	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	13	1.00	0.00
1 3 3	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	13	1.00	0.00
1 3 6	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	13	1.00	0.00
1 3 9	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	13	1.00	0.00
1 4 0	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	13	1.00	0.00
1 4 1	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	13	1.00	0.00
1 4 8	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	13	1.00	0.00
1 1 4	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1.0:	13	0.92	0.00
1 3 5	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1.0:	12	0.92	0.00
1 0 1	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1.0:	12	0.92	0.00
1 1 5	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.1:	12	0.92	0.43
1 4 3	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.1:	12	0.92	0.43
1 4 2	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1.1:	12	0.92	0.69
1 0 2	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1.1:	12	0.92	0.69
1 3 8	1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1 1.1:	12	0.92	0.77
1 1 2	1 1 1 1 1 1 1 1 0 1 1 1.1:	12	0.92	0.77
1 1 3	1 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1.1:	12	0.92	1.29
1 1 8	1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1.1+	12	0.92	1.29
1 4 9	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1.0:0	11	0.85	0.00
1 3 4	1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1.0:1	11	0.85	0.49
1 2 0	1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1.0.1:1	11	0.85	1.0411
1 4 5	1 1 1 1 1 1 1 1 0 1.1:0:0	10	0.77	0.05
1 4 6	1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.1:0 0	10	0.77	0.05
1 0 8	1 1 1 1 1 1 1 1 0 0.1:1 0	10	0.77	0.23
1 3 7	1 1 1 1 1 1 1 0 0 1.1:1 0	10	0.77	0.27
1 1 6	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1.1+1 0 0	10	0.77	0.32
1 0 3	1 1 1 1 1 1 1 1:1.0 0 0 0	9	0.69	0.00
1 4 7	1 1 1 1 1 1 1:0 1.1 0 0 0	9	0.69	0.04
1 0 9	1 1 1 1 1 1 1:1 0.0 0 1 0	9	0.69	0.16
1 4 4	1 1 1 1 1 1 1:0.1.0 0 1 0	9	0.69	0.20
1 3 1	1 1 1 1 1 1 1:0.0 1 0 0 0	8	0.62	0.04
1 0 4	1 1 1 1 1 1 0:0.1 0 1 0 0	8	0.62	0.30
1 0 6	1 1 1+0 1 1 1 0.0 0 1 1 0	8	0.62	0.44
1 1 9	1:0 1.0 0 0 0 0 0 1 0 0 0	3	0.23	0.46
1 0 5	1:0 0.0 0 0 1 0 0 1 0 0 0	3	0.23	0.53 1
正答者数	3 3 3 3 3 3 3 2 2 2 2 2 8 6 6 5 5 5 5 0 9 9 8 5 0			
注意係数	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 5 0 1 2 4 0 2 6 2 2 0 0 0 1 0 1 2 9 3 2 4 8 9 6			
注意マーク	1			

平均正答率=0.832 差異係数(D*)=0.390

表3 「§ 2 円周角を使って」 診断テスト正答率と誤答例
 K中学校(38名) S中学校(36名) 正答率は百分率

問	題	正答率(K中)	正答率(S中)	誤答例	
1	(1)	①	89	89	150°
		②	95	83	
		③	92	83	50°, 95°
		④	61	75	70°, 40°
		⑤	95	78	
		⑥	63	75	75°
	(2)		68	56	イ
	(3)	①	92	86	65°
		②	87	83	95°
2		①	92	75	110°
		②	84	58	134°, 81°, 46°
		③	79	61	63°, 35°
		④	66	69	50°
		⑤	71	53	62°, 28°
		⑥	53	33	132°, 114°, 66°

た場合は、ケアレスミスの落とし穴に気づかない場合もあり、診断を誤る可能性が高いことがこの結果から予想できる。そのため、【1】(2)や【1】(3)のような解答のしかたの双方を取り入れることは大切なことである。

【2】の問題は、いろいろな定理の利用を含んでいる。そのため、基本形の①と②を除いた問題の正答率は全般に低い状態であった。とくに、⑥の問題は、解答を求めるとやや複雑な過程をたどるため、診断テスト問題として取り入れた方がよかったかどうか迷う点である。

「§ 2 円周角を使って」では、15分の時間を与え、できた生徒からチェックカード(資料4-4)を使って自己採点させ、コースを選択させるようにした。K中学校では、87.6%の生徒が15分間で自己採点とコース選択を完了していた。診断テスト内容については、基本問題に準ずると考えて提示した【1】(1)④の正答率の数値が若干低い(表3)のが気にかかるが、S-P表(表4)の問題注意係数と正答率の関係を調べてみると問題としては良好な範囲に位置しているので問題としては、適切であったと考える。

【1】(2)、【1】(3)は同内容の問題を形式を変えて提示したものである。記号で答える問題だけで診断し

(表4) 「82円周角を使って」診断テストS-P表

K中学校(38名)

問 題 学習者	1 1 1 1 2 1 1 2 2 2 1 2 1 1 2	得 点	正答率	注意係数
	(1X1)(3X1) (1X3) (2) (1X1) ②⑤①③①①②②③⑤ ④⑥④⑥			
1 1 7	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	15	1.00	0.00
1 0 2	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	15	1.00	0.00
1 1 5	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	15	1.00	0.00
1 0 7	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	15	1.00	0.00
1 0 1	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	15	1.00	0.00
1 1 0	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	15	1.00	0.00
1 3 5	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	15	1.00	0.00
1 3 6	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	15	1.00	0.00
1 3 9	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	15	1.00	0.00
1 3 4	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	15	1.00	0.00
1 4 8	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	15	1.00	0.00
1 4 0	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+	15	1.00	0.00
1 3 3	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0:	14	0.93	0.00
1 1 8	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0:	14	0.93	0.00
1 1 2	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0:	14	0.93	0.00
1 1 3	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.1:	14	0.93	0.30
1 3 8	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1.1:	14	0.93	0.40
1 1 4	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1.1:	14	0.93	0.70
1 3 2	1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1.1.1:	14	0.93	0.99
1 4 3	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1.0 1:	13	0.87	0.29
1 4 6	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1 1 0.1.1:	13	0.87	0.47
1 0 9	1 1 1 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1.0.1.1:	13	0.87	0.76
1 0 8	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1.1 0:0	12	0.80	0.09
1 4 5	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.0:1 0	12	0.80	0.09
1 4 1	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1+0 1 0	12	0.80	0.13
1 4 2	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1.1.1 0 0	12	0.80	0.47
1 2 0	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1.0.1.1 0 1	12	0.80	0.7311
1 4 9	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1.1.0.0 0 1 0	11	0.73	0.11
1 0 3	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1+1.0 0 0 0 0	10	0.67	0.00
1 4 7	1 1 1 1 1 1 1 1.0+0 1 0 0 0 0	9	0.60	0.11
1 0 6	1 1 1 0 1 1 1.0+1 0 0 0 1 0 0	8	0.53	0.37
1 1 6	1 1 1 1 1 1 1.0:0 0 0 0 0 0 0	7	0.47	0.03
1 0 4	1 0 1 1 1 1.0+0 1 0 0 0 1 0 0	7	0.47	0.45
1 3 1	1 1 1 1 1 1+0 0 0 0 0 0 0 0 0	6	0.40	0.00
1 3 7	0 1 0 1 1+0.1 1 0 0 1 0 0 0 0	6	0.40	0.46
1 1 9	1 1:0.0 1.0 1 1 0 0 0 0 0 0 0	5	0.33	0.19
1 4 4	:1 1.1.0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	3	0.20	0.00
1 0 5	:0 0.0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0	2	0.13	0.17
正答者数	3 3 3 3 3 3 3 3 3 2 2 2 2 2 2 6 6 5 5 5 4 3 2 0 7 6 5 4 3 0			
注意係数	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 2 1 2 6 0 0 2 1 1 1 0 2 0 0 6 1 2 3 6 0 8 4 6 1 6 2 3 7 7			
注意マーク				

平均正答率=0.791 差異係数(D*)=0.234

③ 各学習シートの考察

各コースの学習シートは、1枚とした。SコースやMコースのシートは、文字を読んで読解することが苦手な生徒が多く見受けられるため図を多くして、文字による説明は必要最小限度とした。また、Sコースの問題は、内容を理解させるため虫食いにしたが文字に対する抵抗が大きい生徒が自然とSコースで学習することになるため、Mコースより問題提示や解説のしかたが難しくなってしまうことが多くなり、コースプリントの作り方に苦勞した。さらに、複雑な図の説明を順番にしようとする、図が多くなりすぎて紙面におさまらなくなってしまう、全体の構成をしておいて1つの図でおさめることが多々あった。Sコースの学習シートには必ず定理や説明を最初にいれ、その後に例題、そしてその例題に照らして基本の類題を提示することとした。Mコースの学習シートもSコースの作り方と同様であった。多少異なっているのは、解説のしかたが式を取り入れた形式を多く取り入れたことである。Aコースの学習シートは、シートに解説を組み込まず問題だけとした。ただし、難しい問題には別刷りの解説を付け、分からないときはそれを参照して問題解決できるようにした。

SコースやMコースの学習シートを作るとき、診断テストから予想されるつまづきの多い箇所の学習内容であるだけに解説の細分化には神経を使った。さらに、その学習シートは、ほとんどの生徒がクリアして次のシートへと進歩を進めて行けるように内容を精選した。

「§1 円周角」

<Sコース> (資料4-5)

1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの半分になることを理解させるために、定理とその内容を簡単にまとめた図とを書いた。例題では、中心角の大きさの半分になることを習熟させるため、基本となる場面の形を3つ用意した。3つの例題には、図の側に解説を虫食いの形で書いた。記入する箇所は、中心角と円周角のところだけとした。さらに、例題の所にポイントとなる内容を枠で囲んで気付きやすいようにした。

類題は、4問題とし、例題(2)と例題(3)は対応させて提示した。残りの問題は例題(1)と例題(2)の応用の問題とした。問題は、解説なしで円周角を求めさせるようにした。

4クラスで実施したところ、148名中39名がSコースで学習したが、どうしても3名だけはSコースを終了できなかった。

<M1コース> (資料4-6)

1つの円で、同じ弧に対する円周角の大きさは等しいことを理解・習熟させるため

に定理と図を入れてSコースと同様に作った。例題は、診断テストの2(3)×4の未習熟が多いだろうと考え、2(3)×4と同じ内容とした。2(4)は予想どおりであったが、円周角を合成する問題は、補助線の入れ方に関して一斉学習でしっかり学習したためよく習熟できており、予想に反した。

M1コースの学習シートとSコースの学習シートの違いは、思考の順を追って式の形を多く取り入れた解説を虫食いの形で書いてあることである。

このコースも学習者がSコースと同じ程度いるだろうと予想したが、以外に少なく3名であったため、個別指導も行いやすかった。

<M2コース> (資料4-7)

1つの円で、等しい弧に対する円周角の大きさは等しいことを理解・習熟させるために定理と図を入れてM1コースと同様に作った。例題は、診断テストと同じような内容とした。弧が等しいときに円周角が等しくなることが理解できればM2コースは、簡単に進めることができる。

<Aコース> (資料4-8)

円周角の定理や、弧と角の関係を使いこなせるようにするため、7題を提示した。

1.では、図から円周角を求める問題を6問作った。この問題は、割合簡単にほとんどの生徒が進めていった。

2.は、角を文字a、bを使って表させる問題であったため、文字の加法や減法の表現の仕方で迷う生徒が時々いた。

3.では、弧と中心角の関係を理解している生徒は、すぐに図の中に角の大きさを入れたり長さが等しい印をつけたりして弧の比を正しく求めていた。しかし、問題文だけを読んで図を見ているだけの生徒は、なかなか正解を求めることができないでいた。

4.は、問題文を読んで、不足している図を補って角の大きさを求める問題である。円周角の移動と三角形の内角と外角の関係、そして四角形の内角の和は 360° になることを利用して解く問題とした。利用する定理や関係が2つぐらいまでのときはスムーズに解けていた生徒でも関係が3つぐらいになると問題を解くのに時間がかかるようになってきた。

5.は、弧の関係から中心角を求め、そこから円周角を求める問題とした。生徒は、4.に比べると簡単そうに解いていた。

6.は、弧の比から円周角を求め、その円周角と三角形の内角と外角の関係から求めたい弧の円周角の大きさを求め、それを弧の比と結び付けて解を求める問題である。この問題は、補助線の引き方が分からないでいる生徒が多く見受けられたが、補助線

をあれこれひいて弧に対する円周角を求めようとしていた。

7.は、円に内接する直角三角形の性質を使って円周角を求め、それを利用して弧の長さを求める問題。因みにこの問題まで1.5時間のコース別学習時間内に解いてしまった生徒は1名だけであった。

「§2 円周角の定理を使って」

<S1コース> (資料4-9)

例題1では、円に内接する四角形の性質の向かい合う角の和が 180° になることを理解・習熟させるため、診断テスト【1】(1)①③④の図形をとりあげた。

例題2では、円に内接する四角形の性質の1つの内角は、それに向かい合う外角に等しくなることを理解・習熟させるため、診断テスト【1】(1)②⑤の図形をとりあげた。

例題3では、四角形が円に内接する条件を理解・習熟させるため、診断テスト【1】(2)(3)の内容をとりあげた。例題1, 2, 3と類題1, 2, 3の作り方は、すべてに「§1 円周角」のときと同様にした。

<M1コース> (資料4-10)

このコースで学習する生徒は、基本的なことは理解できているため、多くのパターンを知っていたほうがAコースで学習するときに困らないだろうと考え、円に内接する四角形の性質を習熟させるために例題1では、やや複雑な形の図を5つ用意した。

図の側に、式の形式を使って書いてある解説の空いた所を記入しながら学習を進めるため、生徒は、問題の解決方法を指示された基本通りに探していくため知らず知らずに解決方法を身に付け、類題でも例題を参考にして解いていた。必ずしも教師が説明をしなくても準備を整えておけば、生徒は、自らの能力で問題を解決していくことが実感できた。

<S2コース> (資料4-11)

このコースでは、接線と弦のつくる角はその間にある弧に関係があることを理解・習熟させるため、例題として診断テスト【2】①を取り上げた。Sコースは、虫食いの解説を基本としているが、文章では分かりにくくなるため式形式を取り入れた。

予想どおり、生徒は関係を理解した後はこのコースをすぐに修了した。

<M2コース> (資料4-12)

このコースで学習する生徒は、診断テストの【2】④⑤⑥が解けなかったり、失敗したりしているが、基本は理解していると考え、M1コースのときと同様の考えで学習シートを作った。例題は、【2】④⑤の形とした。類題では、一般的な場合と特殊

な場合の練習を多くした。解決方法を理解した生徒は、類題12問を解いてAコースへと学習を進めていった。

<Aコース> (資料4-13)

学習シート内容は、円に内接する四角形の定理を使って、接弦定理を使って、円で学習したすべての定理を使って考える内容の3部作(A1~A3)とした。難しい問題には別刷りの解説(資料4-14)を入れた。

このコースに最初から進んだ生徒でも1(3)あたりで行き詰まったりする姿が見受けられた。そのような生徒には、図を自分でかかせたり、アドバイスをしたりして学習を進めさせた。困った問題が解けるたびに彼等の顔には、満足感が溢れていた。全部の問題は学習時間の間に解けないが、放課を使ったりして解いて考えが進展しないと質問に来る場合もあった。Aコースの問題は、基礎・基本の応用が使いやすい問題とある程度負荷をかける程度の問題との組み合わせをすることがポイントであると感じた。

④ 進んだコースについて

実際に使用された学習シートの割合は、次の表6のようになった。

「§1円周角」でSコースから始めてそのままSコースにとどまった者は3名、M1コースから始めた者では2名、M2コースから始めた者では、10名がはじめからのコースにとどまった。Aコースから始めた者は98名であり、通過したのは1名だけであった。

「§2円周角の定理を使って」でS1コースから始めてそのままS1コースにとどまった者は3名、他の生徒は次の学習シートへと進んだ。最初にM1コースから始めた者は26名、S2コースからは2名、M2コースからは、17名、A1コースからは85名であった。

SコースやS1コースの内容が理解できない生徒は、ほんの2~3名程度であり、その生徒までを学習を先へ進ませようと教師が欲張って見ても限度がある。「§1円周角」でAコースまで進んだ生徒は全体の84.5%、「§2円周角の定理を使って」ではAコースまで進んできた生徒は全体の81.3%であった。Mコースまでの学習を修了しておればコース別学習の目的は達成できていると考えてよいと思う。

(表6) 学習シートの数

「§1円周角」

K中学校 4学級 148名

学習割合、通過率は百分率

コース	S	M1	M2	A
学習割合	26.4	2.0	16.9	84.5
通過率	92.3	33.3	40.0	0.8

「§2円周角の定理を使って」 K中学校 4学級 144名

学習割合、通過率は百分率

コース	S1	M1	S2	M2	A1	A2	A3
学習割合	9.7	25.0	16.0	29.9	81.3	73.6	12.5
通過率	78.6	97.2	87.0	83.7	94.0	27.4	11.1

*通過率は、コースの学習シートを完全に修了した割合を表している

(3) 指導を終えて

診断テストの実施方法は、設定した時間内（15分）は採点させない方法と、各自が終了したら自己採点をして、自分が学習するコースが選択できた生徒から学習シートを取り、コース別学習に取り組ませる2つの方法で実施してみた。時間を最大限に生かすには後者の方がやりやすかった。しかし、診断テストが終わった生徒が多少騒がしくなる傾向が見受けられた。また、他の生徒ができたから自分も遅れをとってはいけないと思い、深く考えずに途中でやめて採点をしてしまう生徒も見受けられた。

学習する場所は普通教室で、「§1円周角」のときは、各自の席とした。初めころは、質問がある生徒が挙手をすると教師がその生徒の側に行き指導する方法でコース別学習を行った。質問がないときは、机間指導をしながら学習の進行状況を観察したり、学習の仕方を確認したり個別指導をした。しかし、学習しているコースで同じような質問が出始めるとその都度その生徒の側に教師が移動をして説明や指示をしていたのではとても質問者全員に応じきれないため、学習する席をコースによってきめた。その結果、同じ問題で悩んでいる生徒に対しての指導に多くの時間をかけられるようになった。また、内容を詳しく説明したりすることができるようになった。「§2円周角を使って」では、最初からこの方法を用いた。

つまりきは生徒一人一人が異なっている。それを解決させるための一方法として尋ね

るという最良の方法がある。ところが、常に尋ねてばかりいては簡単な方法だけを身につけ、他の参考資料を調べたりして問題解決をしようとする意欲が無くなることを心配した。そこで、指導は、何を使ってどこをどう調べたらよいか、気付いていないところはどこかなどを示唆する程度にした。因みに、一斉学習の場合はこのような指示はごくわずかしかできなかつた。このことから考えてもコース別学習の方法は、個別指導の1つの方法として実践してみてよかったと思っている。

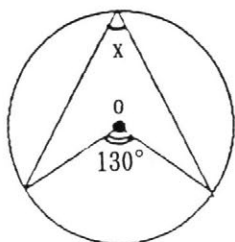
次に、学習を進めるための素材である学習シートの作成は、とても一人では時間がかかり、その内容も各コースでまちまちになるため困難である。今回の「円周角」の学習シートの開発は、数学の教師4人によるものである。4人の教師が学習シートを作るにあたってそれぞれのコースの内容や問題量についていろんな角度から意見を出し合って、コース別の学習シート作成の共通理解を図った。しかし、各コース別の学習シートを別々に作っているため、Sシートに取り入れた内容がMシートの内容とダブっているというようなことも多々あった。また、Aコースでは、難しい問題を解かせようということになったが、実際に問題を作ってみると複雑な形で表した問題が多くなった。そのような問題には解説を別刷りでつけて、問題解決を手助けするようにしたが、基本の形から逸脱しないで難しい問題を作ることは、SシートやMシートの問題を作るのとは違った苦勞があった。

診断テスト「円周角」

3年 組 番 _____

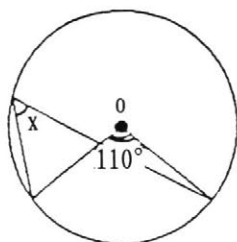
1. 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



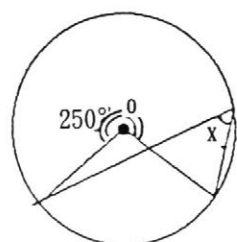
$\angle x =$ 度
(4)

(2)

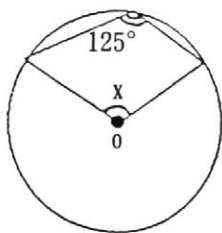


$\angle x =$ 度
(5)

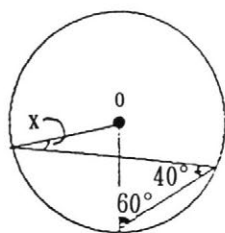
(3)



$\angle x =$ 度



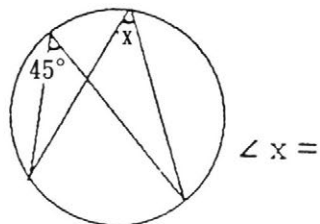
$\angle x =$ 度



$\angle x =$ 度

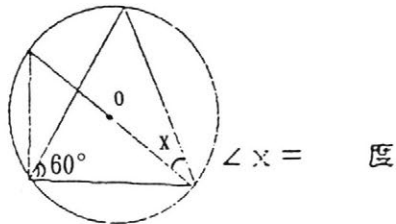
2. 次の図で、 $\angle x$ の値を求めよ。

(1)



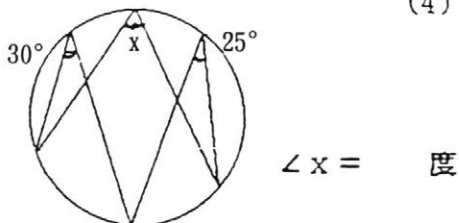
$\angle x =$ 度

(2)



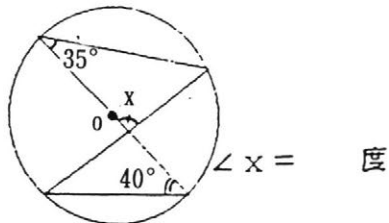
$\angle x =$ 度

(3)



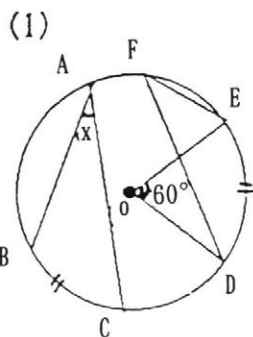
$\angle x =$ 度

(4)



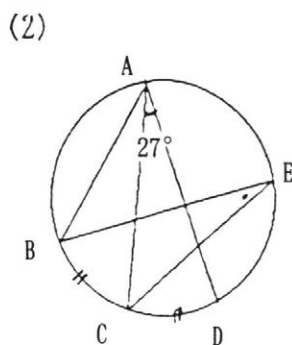
$\angle x =$ 度

3. 次の各問いに答えよ。



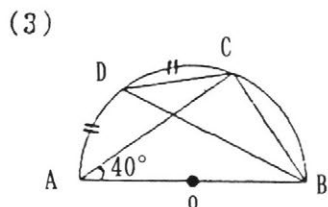
$\widehat{BC} = \widehat{DE}$ のとき、
 $\angle x$ の大きさを求めよ。

$\angle x =$ 度



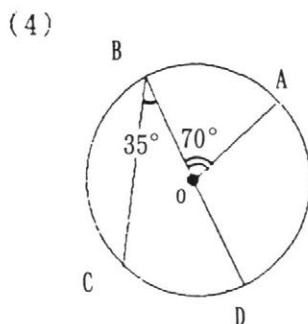
$\widehat{BC} = \widehat{CD}$ である。
 $\angle CAD = 27^\circ$ のとき、
 $\angle BEC$ の大きさを求めよ。

$\angle BEC =$ 度



AB を直径とする半円 O の弧上に、
 $\angle CAB = 40^\circ$ 、 $\widehat{CD} = \widehat{DA}$ となる
 ように点 C、D をとるとき、
 $\angle ACD$ の大きさを求めよ。

$\angle ACD =$ 度

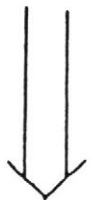
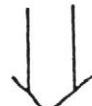



$\widehat{AB} : \widehat{CD}$ を求めよ。

$\widehat{AB} : \widehat{CD} =$:

チェックカード

組 番

解 答		チェック欄	指 示
1	(1) 65度		正解3問以下  Sコース
	(2) 55度		
	(3) 55度		
	(4) 110度		
	(5) 20度		
2	(1) 45度		正解2問以下  M1コース
	(2) 30度		
	(3) 55度		
	(4) 105度		
3	(1) 30度		正解2問以下  M2コース
	(2) 27度		
	(3) 25度		
	(4) 1:1		

*正解なら、チェック欄に○印をつけよう。

*指示にあてはまらない人はAコースへ進もう！

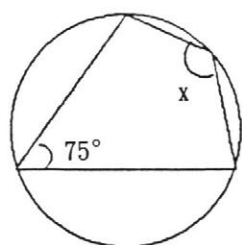
診断テスト

(円周角の定理を使って)

組 番 氏名 _____

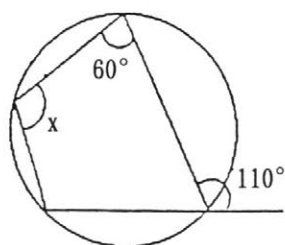
【1】(1) 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

①



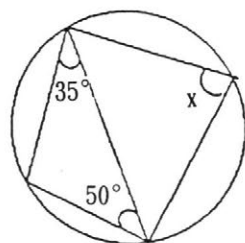
$\angle x =$ 度

②



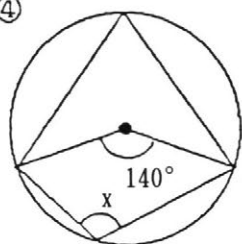
$\angle x =$ 度

③



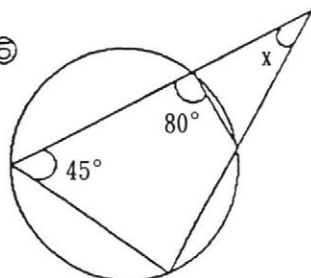
$\angle x =$ 度

④



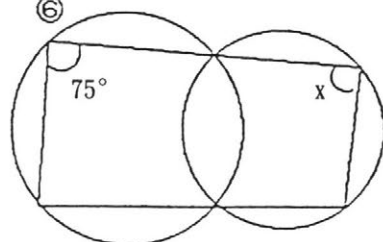
$\angle x =$ 度

⑤



$\angle x =$ 度

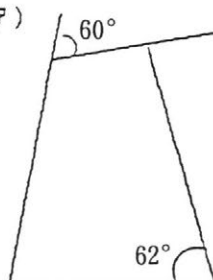
⑥



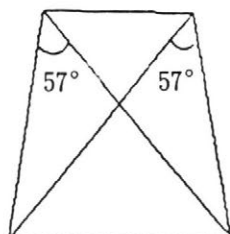
$\angle x =$ 度

【1】(2) 次の四角形の中で、円に内接するものの記号を選びなさい。

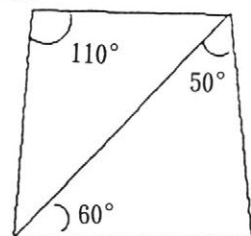
(7)



(1)

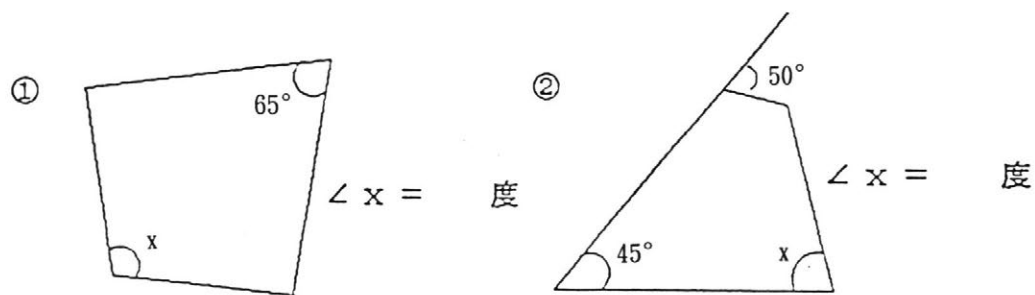


(7)

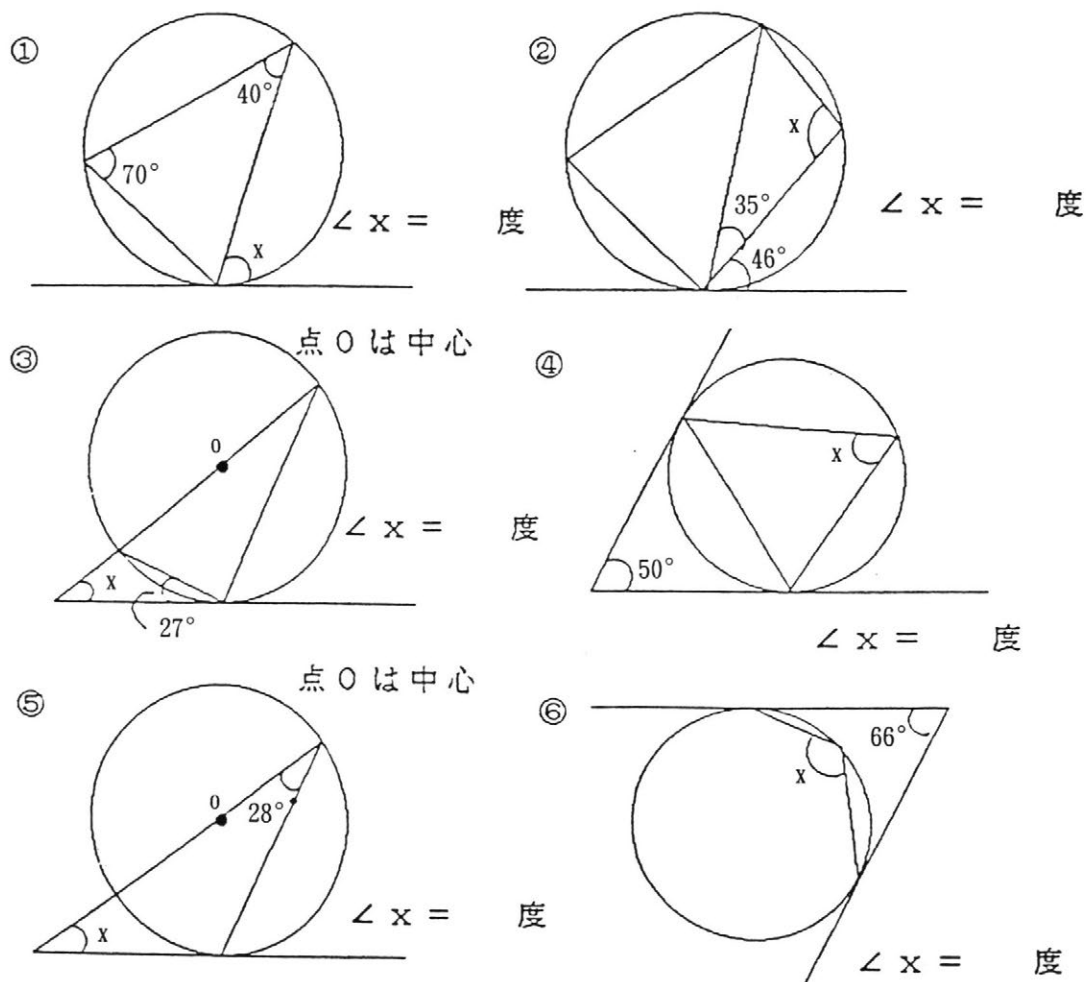


答え _____

【1】(3) 次の図で、四角形 $A B C D$ が円に内接するためには、 $\angle x$ の大きさが何度であればよいですか。



【2】 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



チェックカード

組 番 氏名 _____

解		答	チェック欄	指 示
1	(1)	① 105度		正解4問以下 ⇓ S1コース
		② 110度		
		③ 85度		
		④ 110度		
		⑤ 35度		
		⑥ 105度		
	(2)	(イ)と(ウ)		正解5問以上 7問以下 ⇓ M1コース
	(3)	① 115度		
		② 50度		
2	①	70度		正解2問以下 ⇓ S2コース 正解3問以上 4問以下 ⇓ M2コース
	②	99度		
	③	36度		
	④	65度		
	⑤	34度		
	⑥	123度		

*正解なら、チェック欄に○印をつけよう。

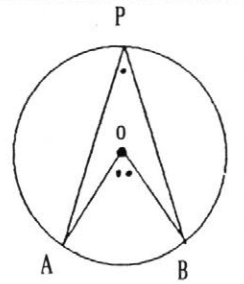
*指示に重複する人はSコース，Mコースとも、番号の若い方へ進んで下さい。

*指示にあてはまらない人はAコースへ進もう！

円周角の定理①

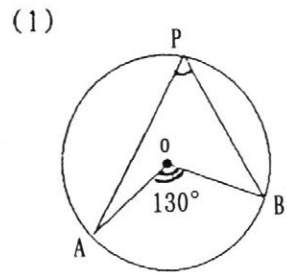
1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの半分である。

$$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

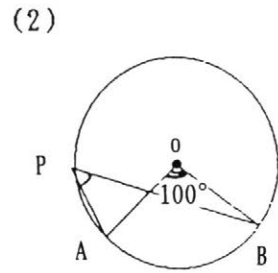


例題

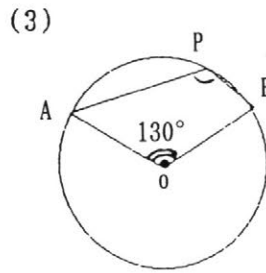
次の図で、 $\angle APB$ の大きさを求めよ。



$\angle APB$ は \widehat{AB} に対する円周角で、 \widehat{AB} に対する中心角は()度だから、 $\angle APB = ()$ 度



$\angle APB$ は \widehat{AB} に対する円周角で、 \widehat{AB} に対する中心角は()度だから、 $\angle APB = ()$ 度

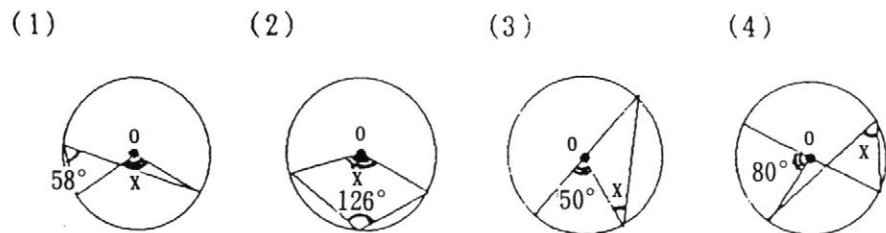


$\angle APB$ は \widehat{AB} に対する円周角で、 \widehat{AB} に対する中心角は()度だから、 $\angle APB = ()$ 度

対応している円周角と中心角に注意!

類題

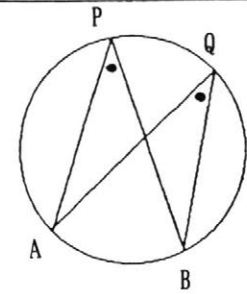
次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



円周角の定理②

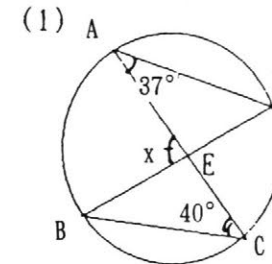
同じ弧に対する円周角の大きさは等しい。

$$\angle APB = \angle AQB$$

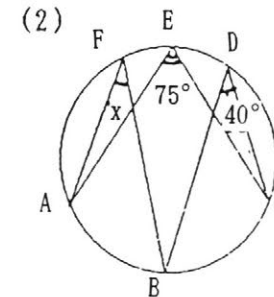


例題

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



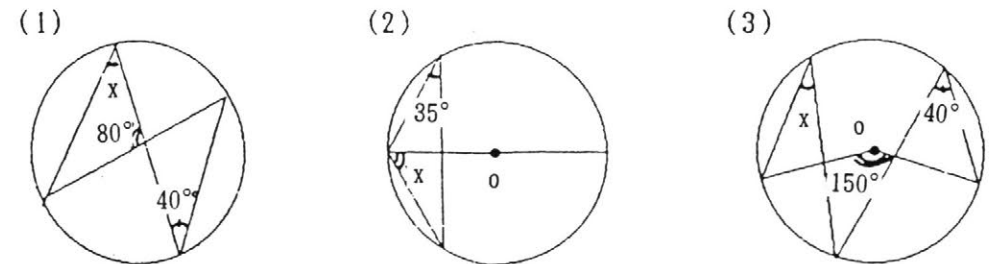
\widehat{AB} に対する円周角で、 $\angle ADB = (\quad) = (\quad)$
 $\triangle ADE$ で、内角と外角の関係から、
 $\angle x = (\quad) + (\quad)$
 $= (\quad)$



EとBを結ぶと、 \widehat{BC} に対する円周角で、
 $\angle BEC = (\quad) = (\quad)$
 だから、 $\angle AEB = (\quad)$
 \widehat{AB} に対する円周角で、
 $\angle x = (\quad) = (\quad)$

類題

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



<解答・4 - 5>

<解答>

例題

- (1) 130
65
- (2) 100
50
- (3) 230
115

類題

- (1) 116°
- (2) 108°
- (3) 25°
- (4) 50°

<解答・4 - 6>

<解答>

例題

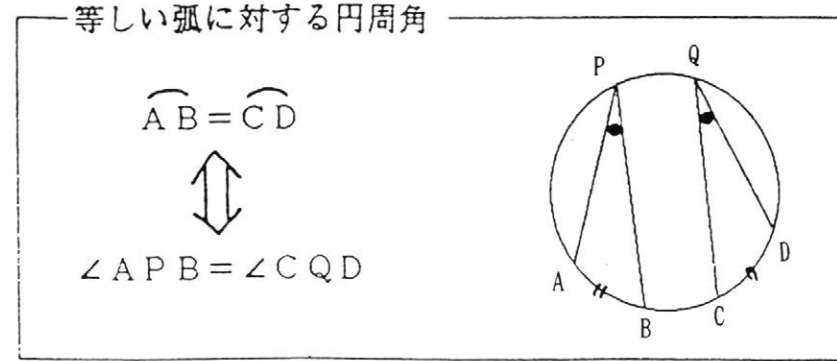
- (1) ACB 40
(BCA)
37 40 (逆も可)
77
- (2) BDC 40
(CDB)
35
AEB 35
(BEA)

類題

- (1) 60°
- (2) 55°
- (3) 35°

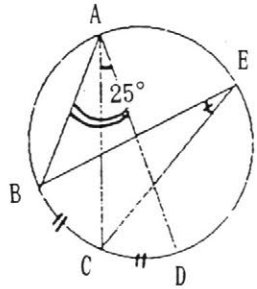
等しい弧に対する円周角の関係を使って
問題を解決できるようになろう!!

組 番 _____



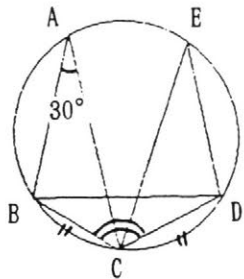
例題

(1) 図で、 $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ のとき、 $\angle BEC$ と $\angle BAD$ の大きさを求めよ。



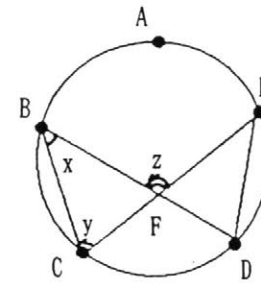
$\widehat{BC} = \widehat{CD}$ だから、
 $\angle BEC = (\angle \quad) = (\quad)^\circ$
 $\angle BAC = (\angle \quad) = (\quad)^\circ$
 よって、
 $\angle BAD = (\quad)^\circ$

(2) 図で、 $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ のとき、 $\angle BCD$ の大きさを求めよ。



\widehat{BC} に対する円周角で、
 $\angle BDC = (\angle \quad) = (\quad)^\circ$
 $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ だから、
 $\angle CBD = (\angle \quad) = (\quad)^\circ$
 よって、 $\triangle BCD$ の内角の和より、
 $\angle BCD = (\quad)^\circ$

(3) 図で、A、B、C、D、Eは、円周を5等分した点である。 $\angle x$ 、 $\angle y$ 、 $\angle z$ の大きさを求めよ。

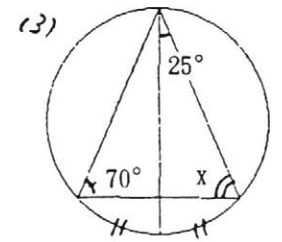
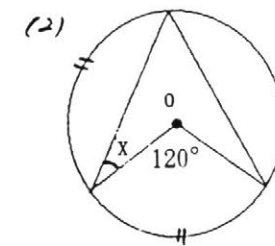
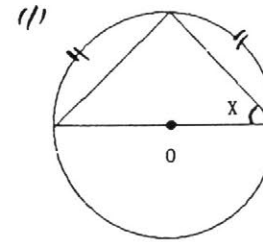


\widehat{CD} は、円周の5分の1だから、
 $\angle x = (\quad)^\circ$
 \widehat{BE} は、円周の(分の)だから、
 $\angle y = (\quad)^\circ$
 $\triangle BCF$ で、内角と外角の関係より、
 $\angle z = (\quad)^\circ$

類題

☆ 次の $\angle x$ の大きさを求めよ。

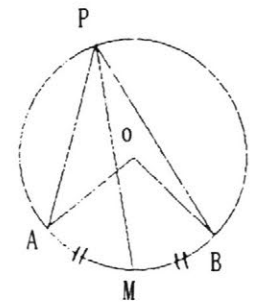
(図で、同じしるしをつけた弧の長さは等しいものとする。)



☆ 右の図の円Oで、点Mは、ABの中点である。このとき次の問いに答えよ。

(1) 中心角 $\angle AOB = 128^\circ$ のとき、 $\angle APM$ は何度か。

(2) $\angle APM = 30^\circ$ のとき、 \widehat{AMB} は円周のなん分のいくつか。



<解答・4 - 7>

<解答>

例題

- (3) 36
5 2
72
108

類題

- ☆(1) 45°
(2) 30°
(3) 60°
☆(1) 32°
(2) $\frac{3}{10}$

<解答・4 - 7>

<解答>

例題

- (1) CAD 25
(DAC)
CAD 25
(DAC)
50
(2) BAC 30
(CAB)
BDC 30
(CDB)
120

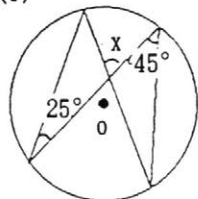
A コース

円周角の定理や、弧と角の関係を使いこなそう!!

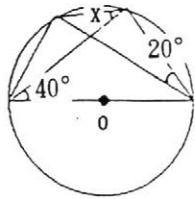
組 番 _____

1. 次の $\angle x$ の大きさを求めよ。

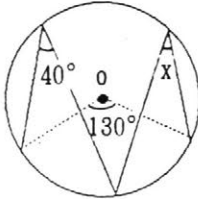
(1)



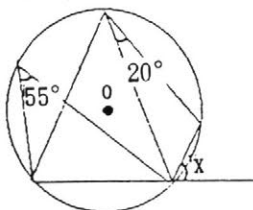
(2)



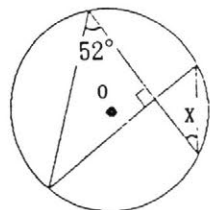
(3)



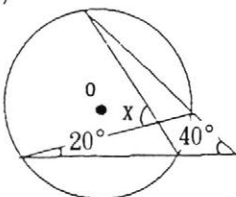
(4)



(5)



(6)



2. 右の図で、PQは円Oの直径である。

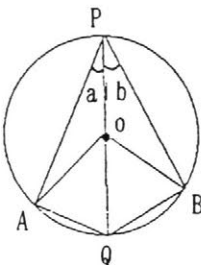
$\angle OPA = \angle a$ 、 $\angle OPB = \angle b$

のとき、次の角を $\angle a$ 、 $\angle b$ を用いて表せ。

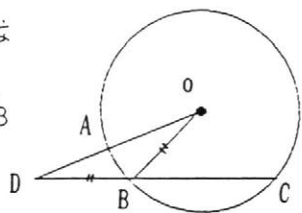
(1) $\angle AOQ$

(2) $\angle OQB$

(3) $\angle AQB$



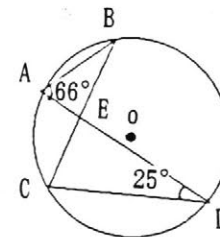
3. 3点A、B、Cは円Oの周上にあり、DはOAの延長とCBの延長との交点である。
 $\angle ADB = 25^\circ$ 、 $DB = BO$ のとき、 \widehat{AB} と \widehat{BC} の長さの比を求めよ。



4. 右の図のように、円Oの弦AB、CDの両端を結ぶ線分の交点をEとする。 $\angle DAB = 66^\circ$ 、 $\angle CDA = 25^\circ$ とすると、次の問いに答えよ。

(1) $\angle AEC$ は何度か。

(2) BAとDCの延長の交点をPとすると、 $\angle CPA$ は何度になるか。



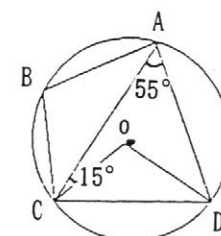
5. 右の図で、点Oは円の中心、 $\widehat{AB} : \widehat{BC} = 2 : 1$ 、 $\angle ACO = 15^\circ$ 、 $\angle CAD = 55^\circ$ である。このとき、次の角の大きさを求めよ。

(1) $\angle COD$

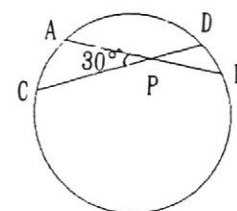
(2) $\angle ADC$

(3) $\angle BAC$

(4) $\angle ACB$



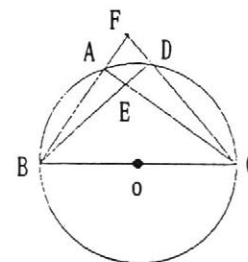
6. 円の弦AB、CDが、右の図のように点Pで交わっている。弧ACが全円周の10分の1で、 $\angle APC = 30^\circ$ であるとき、弧BDは全円周のどれだけか。



7. 右の図のように、BCを直径とする円Oに、 $\triangle ABC$ と $\triangle DBC$ が内接している。A、B、O、B、D、Cで、ACとDBの交点をEとし、BAの延長とCDの延長との交点をFとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $\angle BEC$ の大きさを求めよ。

(2) $OB = 12\text{cm}$ のとき、弧ADの長さを求めよ。



<解答・4—8>

<解答>

例題

1.(1) 70°

(2) 30°

(3) 25°

(4) 75°

(5) 38°

(6) 80°

2.(1) $2\angle a$

(2) $90^\circ - \angle b$

(3) $180^\circ - (\angle a + \angle b)$

3. $5 : 16$

<解答・4—8>

<解答>

4.(1) 91°

(2) 41°

5.(1) 110°

(2) 75°

(3) 25°

(4) 50°

6. 15分の1

7.(1) 105°

(2) 2π cm

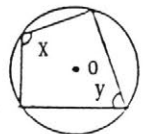
S1コース 円に内接する四角形の性質を確実に理解しよう!!

組番氏名

円に内接する四角形の性質①

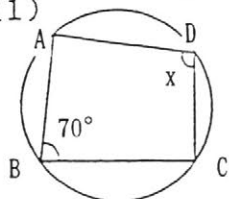
円に内接する四角形の
向かいあう内角の和は 180°
である。

$\angle x + \angle y = 180^\circ$



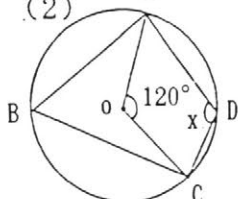
例題 1 次の図の $\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



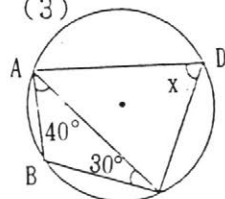
四角形 ABCD は円に
() する四角形
だから、向かいあう内角
の和は () である。
だから
() $+$ $\angle x = 180^\circ$
したがって
 $\angle x = ()$

(2)



四角形 ABCD は円に
() する四角形
だから、向かいあう内角
の和は () である。
だから
() $+$ $\angle x = 180^\circ$...①
円周角 $\angle ABC$ は中心角
() の半分だから
() ...②
したがって①②より
 $\angle x = ()$

(3)

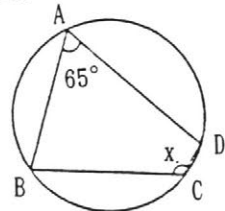


四角形 ABCD は
() する四角形
だから、()
内角の和は ()
である。
だから
 $\angle ABC + \angle x = ()$
 $\angle ABC$ は $\triangle ABC$ の1つの
内角だから
 $\angle ABC + 40^\circ$
 $+ () = 180^\circ$
したがって
 $\angle x = ()$

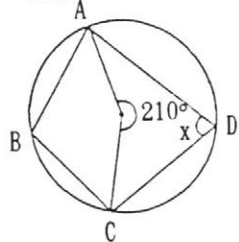
円に内接する四角形に
着目すること

類題 1 次の図の $\angle x$ の大きさを求めよ。

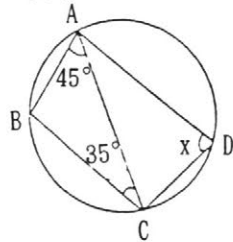
(1)



(2)

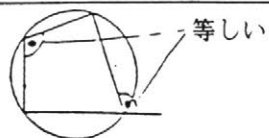


(3)



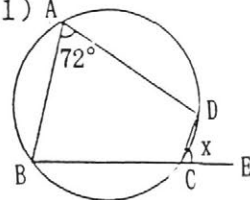
円に内接する四角形の性質②

円に内接する四角形の1つの内角は、
それに向かいあう内角のとなりにある
外角に等しい。



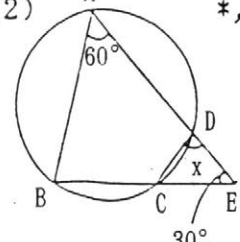
例題 2 次の図で $\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



四角形 ABCD は円に
() する四角形
だから、 72° の内角はそ
れに向かいあう内角 $\angle BCD$
のとなりにある外角 $()$
に等しい。
したがって $\angle x = ()$

(2)

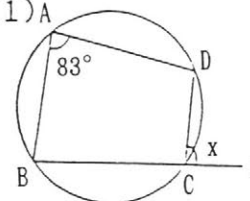


四角形 ABCD は円に
() する四角形
だから、 60° の内角はそ
れに向かいあう内角 $\angle BCD$
のとなりにある外角 $()$
に等しくなるから、
() $= ()$
 $\triangle DCE$ の内角の和は $()$
だから
 $\angle x + \angle DCE + 30^\circ = ()$
したがって $\angle x = ()$

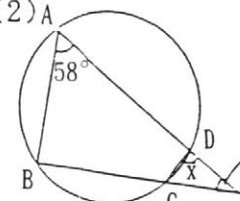
*, # は同じものがはいる

類題 2 次の図で $\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



(2)

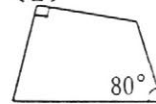


四角形が円に内接する条件①②

- ① 向かいあう内角の和が 180° の四角形は、円に内接する。
- ② 1つの内角が、それに向かいあう内角のとなりにある外角に等しい四角形は、円に内接する。

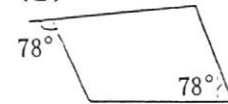
例題 3 次の四角形のうち、円に内接する四角形はどれか。

(1)



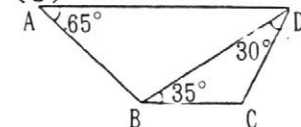
向かいあう内角の和が
() であるから
円に ()

(2)



1つの内角 ()
がそれに向かいあう内角
のとなりにある ()
に等しいから、円に
()

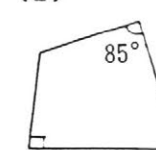
(3)



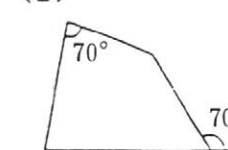
$\triangle BCD$ の残りの角は
() である。
今求めた角と向かいあう
内角の和が () に
なるから、円に ()

類題 3 次の四角形のうち、円に内接する四角形はどれか。

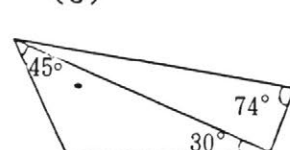
(1)



(2)



(3)



<解答>

例題 1

(1) 内接

180

70

110

(2) 内接

180

ABC (CBA)

120

60

120

(3) 円に内接

向かいあう

180

180

30

70

類題 1

(1) $\angle x = 115^\circ$

(2) $\angle x = 75^\circ$

(3) $\angle x = 80^\circ$

<解答>

例題 2

(1) 内接

DCE (ECD)

72

(2) 内接

DCE (ECD)

DCE (ECD), 60

180

180

90

類題 2

(1) $\angle x = 83^\circ$

(2) $\angle x = 97^\circ$

例題 3

(1) 170

内接しない

(2) 78

78

内接する

(3) 115

180

内接する

類題 3

(2)

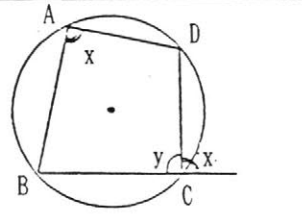
M1コース 円に内接する四角形の性質を使いこなせるようにしよう!!

組番氏名

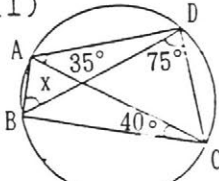
円に内接する四角形の性質①②

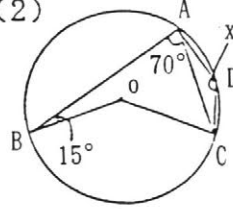
① 円に内接する四角形の向かいあう内角の和は 180° である。→ $\angle x + \angle y = 180^\circ$

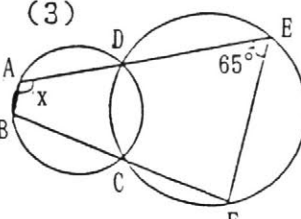
② 円に内接する四角形の1つの内角は、それに向かいあう内角のとなりにある外角に等しい。

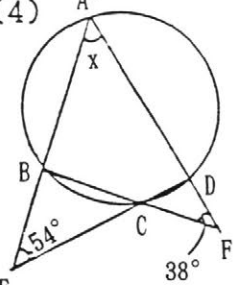


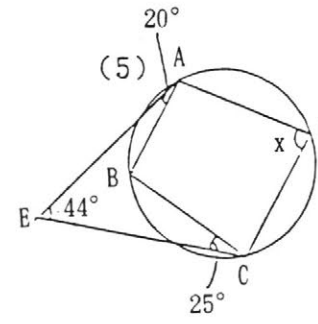
例題 1 次の図の $\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)  四角形 ABCD は円に () する四角形だから
 $\angle ABD + \angle CBD + \angle ADB + \angle BDC = ()$
 円周角が等しいから $\angle CBD = ()$ $\angle ADB = ()$
 $\angle x + () + () + 75^\circ = ()$
 したがって $\angle x = ()$

(2)  B と C を結ぶと、
 四角形 ABCD は円に () する四角形だから
 $\angle x + \angle ABO + \angle OBC = ()$...①
 $\triangle OBC$ は二等辺三角形で、 $\angle BOC = ()$
 よって $\angle OBC = ()$...②
 ① ②より $\angle ABO = 15^\circ$ より
 $\angle x + 15^\circ + () = ()$
 したがって $\angle x = ()$

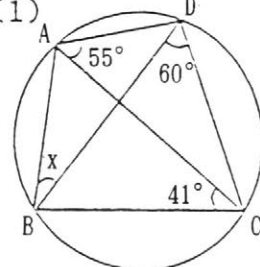
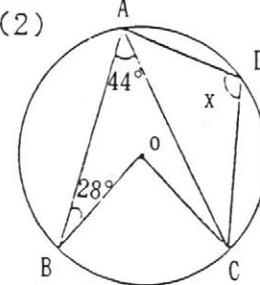
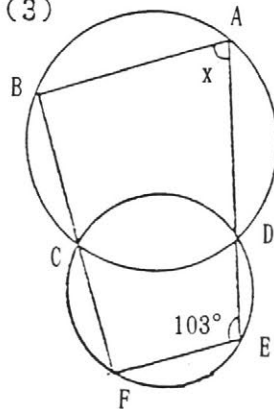
(3)  C と D を結ぶと、
 四角形 ABCD は円に () する四角形だから
 $\angle x = ()$...①
 四角形 CFED も円に () する四角形だから
 $() + 65^\circ = ()$...②
 ① ②より $\angle x + 65^\circ = ()$
 したがって $\angle x = ()$

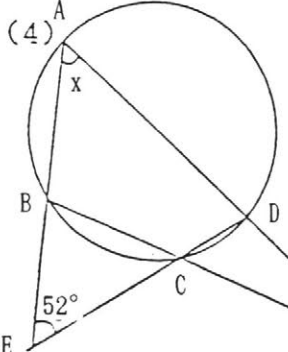
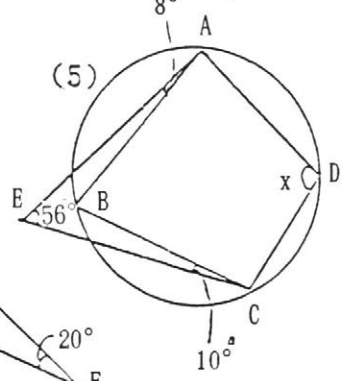
(4)  四角形 ABCD は円に () する四角形だから
 $\angle BCE = ()$...①
 $\triangle ABF$ で $\angle EBC$ は $\angle BAF$ と () の和に等しくなるから
 $\angle EBC = \angle x + ()$...②
 $\triangle EBC$ で3つの内角の和は () になるから
 ① ②より
 $\angle x + \{ \angle x + () \} + 54^\circ = ()$
 したがって $\angle x = ()$



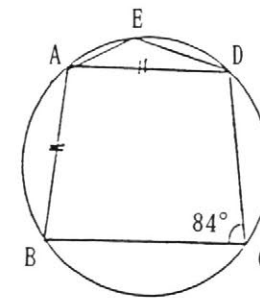
A と C を結ぶと $\triangle AEC$ で $\angle AEC = 44^\circ$ だから
 $\angle CAE + \angle ACE = ()$...①
 また、 $\angle EAB + \angle ECB = ()$...②
 $\triangle BCA$ に着目すると
 ①②より $\angle BAC + \angle BCA = ()$...③
 ③より $\angle ABC = ()$
 四角形 ABCD は円に () する四角形だから
 $\angle x + \angle ABC = ()$
 したがって $\angle x = ()$

類題 1 次の図の $\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)  (2)  (3) 

(4)  (5) 

類題 2 下の図で $AB=AD$, $\angle C=84^\circ$ のとき、次の角の大きさを求めよ。



- (1) $\angle BAD$
- (2) $\angle ABD$
- (3) $\angle AED$

ヒント (3) B と E を結んで考える。

<解答>

例題 1

(1) 内接

180
35.40
35.40.180
30

(2) 内接

180
140
20

20.180
145

(3) 内接

DCF (FCD)
内接
DCF (FCD). 180
180
115

(4) 内接

x
AFB (BFA)
38
180

38.180
44

<解答>

(5) 136
45

91
89
内接
180
91

類題 1

(1) $\angle X = 24^\circ$

(2) $\angle X = 106^\circ$

(3) $\angle X = 77^\circ$

(4) $\angle X = 54^\circ$

(5) $\angle X = 106^\circ$

類題 2

(1) 96°

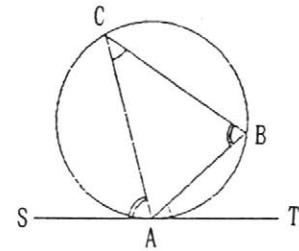
(2) 42°

(3) 138°

S2コース 接線と弦のつくる角を確実に理解しよう!

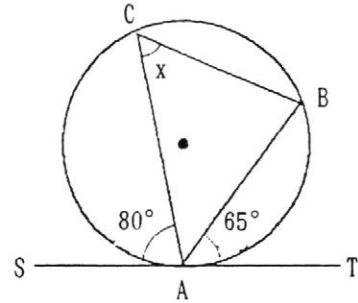
接線と弦のつくる角

円の弦とその一端からひいた接線とのつくる角は、その角内にある弧に対する円周角に等しい。
 $\angle BAT = \angle BCA$, $\angle SAC = \angle ABC$



例題 次の図で、 $\angle x$ を求めよ。

(1)

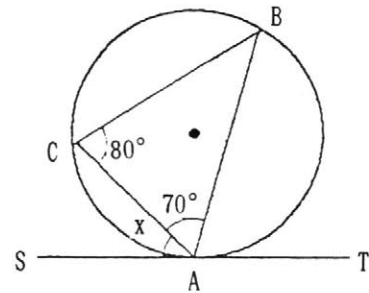


$\angle x$ は弧()に対する円周角である。

弧 \widehat{AB} は()の中にあるから

$\angle x = (\angle \quad) = (\quad^\circ)$

(2)



$\angle TAB$ は弧()に対する円周角に等しいから、

$\angle TAB = (\angle \quad) = (\quad^\circ)$

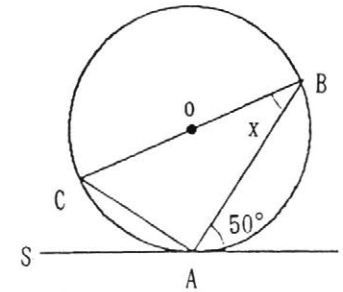
$\angle SAT = (\quad^\circ)$ だから、

$(\angle \quad) + \angle CAB + \angle TAB = 180^\circ$

$\angle x + 70^\circ + (\quad^\circ) = 180^\circ$

$\angle x = (\quad^\circ)$

(3)



$\angle ACB$ は弧()に対する円周角だから、
 $\angle ACB = (\angle \quad) = (\quad^\circ)$

ところで、BCは円Oの直径だから、

$\angle CAB = (\quad^\circ)$

$\triangle ABC$ の内角の和は 180° だから、

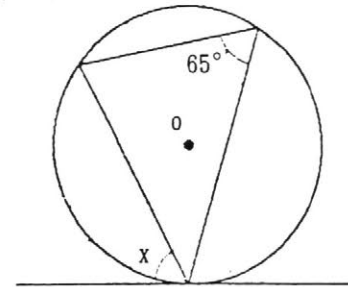
$\angle ACB + (\angle \quad) + \angle ABC = 180^\circ$

$(\quad^\circ) + 90^\circ + \angle x = 180^\circ$

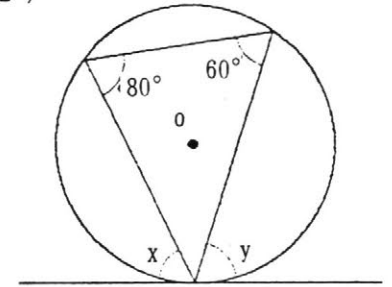
よって $\angle x = (\quad^\circ)$

類題 次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ を求めよ。

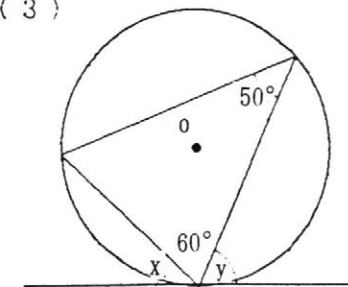
(1)



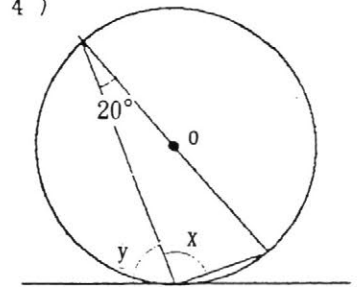
(2)



(3)



(4)



<解答>

例題

$$\begin{aligned} (1) \quad & \widehat{AB} \quad (\widehat{BA}) \\ & TAB \quad (BAT) \\ & TAB \quad (BAT) \\ & 65 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & \widehat{AB} \quad (\widehat{BA}) \\ & ACB \quad (BCA) \\ & 80 \\ & 180 \\ & SAC \quad (CAS) \\ & 80 \\ & 30 \end{aligned}$$

<解答>

例題

$$\begin{aligned} (3) \quad & \widehat{AB} \quad (\widehat{BA}) \\ & TAB \quad (BAT) \\ & 50 \\ & 90 \\ & CAB \quad (BAC) \\ & 50 \\ & 40 \end{aligned}$$

類題

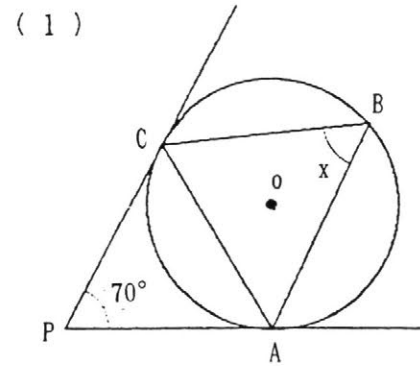
$$\begin{aligned} (1) \quad & \angle x = 65^\circ \\ (2) \quad & \angle x = 60^\circ \\ & \angle y = 80^\circ \\ (3) \quad & \angle x = 50^\circ \\ & \angle y = 70^\circ \\ (4) \quad & \angle x = 90^\circ \\ & \angle y = 70^\circ \end{aligned}$$

M2コース 接線と弦のつくる角の関係を使って問題解決できるようにしよう!

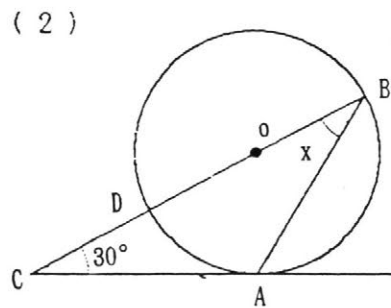
接線と弦のつくる角

円の弦とその一端からひいた接線とのつくる角は、その角内にある弧に対する円周角に等しい。
 $\angle BAT = \angle BCA$, $\angle SAC = \angle ABC$

例題 次の図で、 $\angle x$ を求めよ。



直線PA、PCは円Oの接線だから
 $PA = PC$
 よって
 $\angle PAC = \angle PCA = (\quad) = (\quad)^\circ$
 よって
 $\angle x = \angle AOC = (\quad) = (\quad)^\circ$



AとDを結ぶ
 $\angle ABD$ は弧()に対する円周角だから
 $\angle ABD = \angle x \dots \textcircled{1}$
 ところで、BDは円Oの直径だから
 $\angle BAD = (\quad)^\circ \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}\textcircled{2}$ より $\angle CAB = \angle x + (\quad)^\circ$
 $\triangle ABC$ の内角の和は 180° だから
 $\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA = 180^\circ$
 $\therefore 30^\circ + \angle x + (\quad)^\circ + \angle x = 180^\circ$
 $2\angle x = (\quad)^\circ$
 $\angle x = (\quad)^\circ$

練習1. 次の図で、 $\angle x$ を求めよ。

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)

(6)

(7)

(8)

(9)

(10)

(11)

(12)

<解答>

練習

- (1) $\angle x = 45^\circ$
- (2) $\angle x = 145^\circ$
- (3) $\angle x = 52^\circ$
- (4) $\angle x = 48^\circ$
- (5) $\angle x = 50^\circ$
- (6) $\angle x = 60^\circ$
- (7) $\angle x = 50^\circ$
- (8) $\angle x = 70^\circ$
- (9) $\angle x = 40^\circ$
- (10) $\angle x = 70^\circ$
- (11) $\angle x = 34^\circ$
- (12) $\angle x = 50^\circ$

<解答>

例題

- (1) P C
P C A
55
P A C (P C A)
55

- (2) \widehat{AD} (\widehat{DA})
C A D (D A C)
90
90
90
60
30

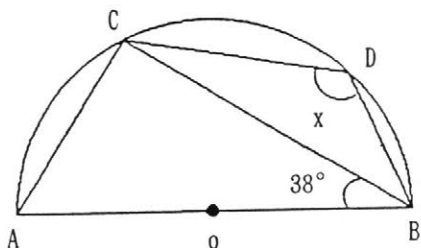
Aコース《1》

(円に内接する四角形の定理) を使って難問に取り組もう

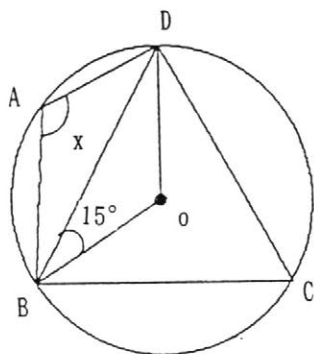
組 番 氏 名 _____

1. 次の各図の $\angle x$ の大きさを求めよ。

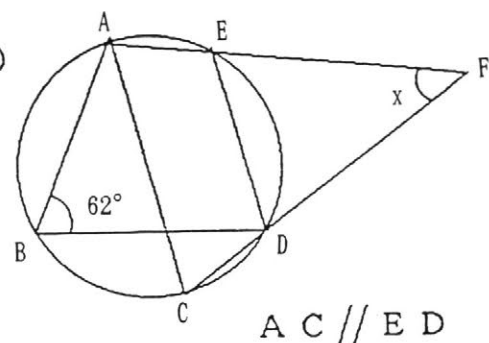
(1)



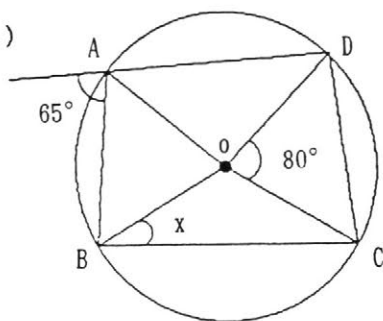
(2)



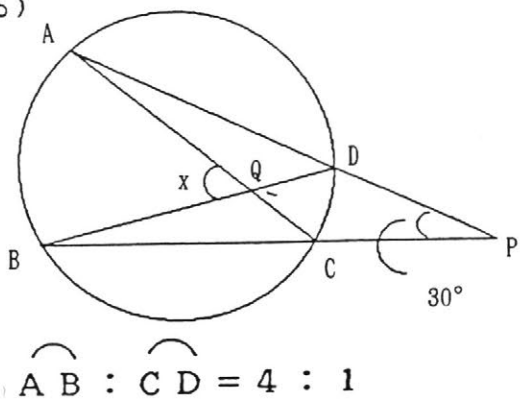
(3)



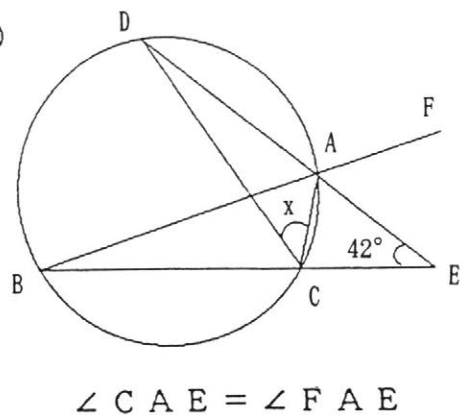
(4)



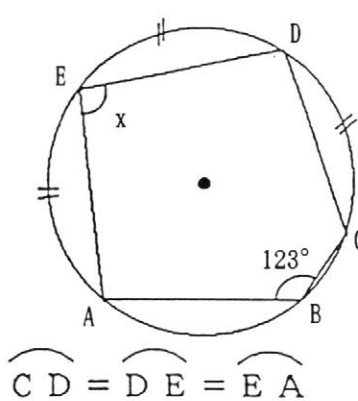
(5)



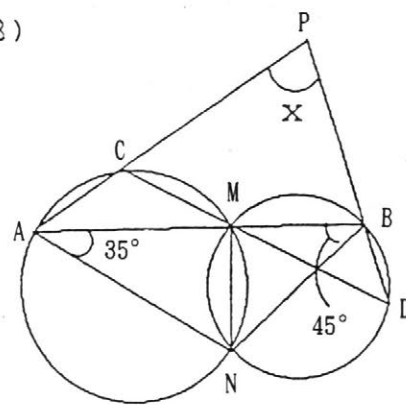
(6)



(7)

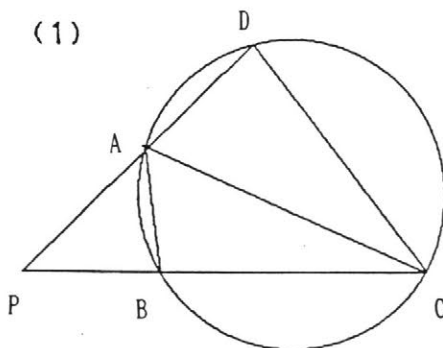


(8)



2. 次の問いに答えよ。

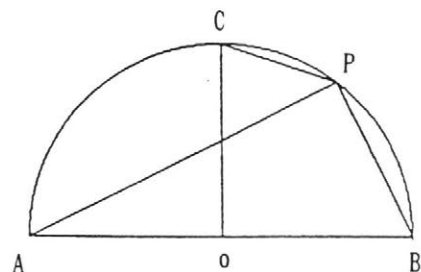
(1)



四角形 ABCD は円に内接していて $\widehat{DAB} = \widehat{BC}$ である。

$\angle BAP$ を a° とするとき、
 $\angle DAC$ の大きさを a を用いて表せ。

(2)



左図は、O を中心、AB を直径とする半円である。また、OC は AB に垂直な半径で、点 P は、弧 BC 上の点である。
次の問いに答えよ。

- ① $\angle PAB = 25^\circ$ のとき、
 $\widehat{BP} : \widehat{PC}$ を最も簡単な整数の比で表せ。
- ② $\angle PCO = 60^\circ$ のとき、 $\angle PBO$ の大きさを求めよ。
- ③ $\angle PBO : \angle PCO = 3 : 2$ のとき、 $\angle PAO$ の大きさを求めよ。

《解答》 Aコース《1》右

1. (7) $\angle x = 98^\circ$

(8) $\angle x = 80^\circ$

2. (1) $\angle DAC = (180 - 2a)^\circ$

(2) ① $5 : 4$

② $\angle PBO = 75^\circ$

③ $\angle PAO = 9^\circ$

《解答》 Aコース《1》左

1. (1) $\angle x = 128^\circ$

(2) $\angle x = 105^\circ$

(3) $\angle x = 56^\circ$

(4) $\angle x = 15^\circ$

(5) $\angle x = 50^\circ$

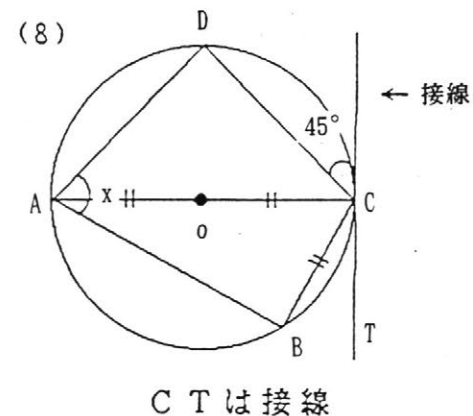
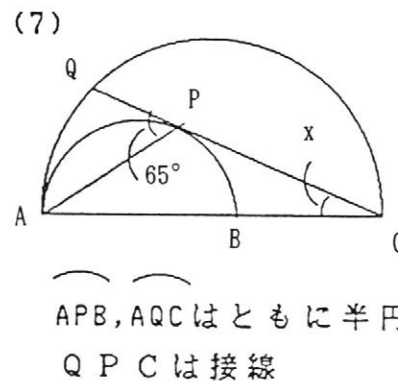
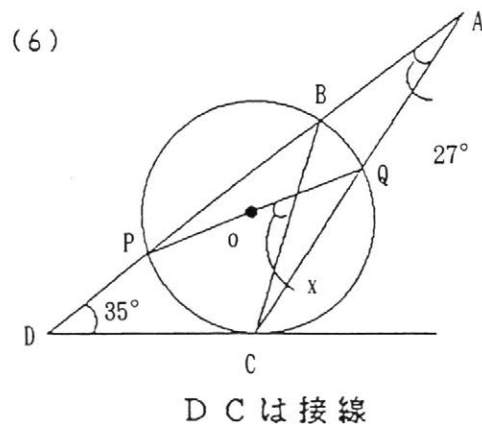
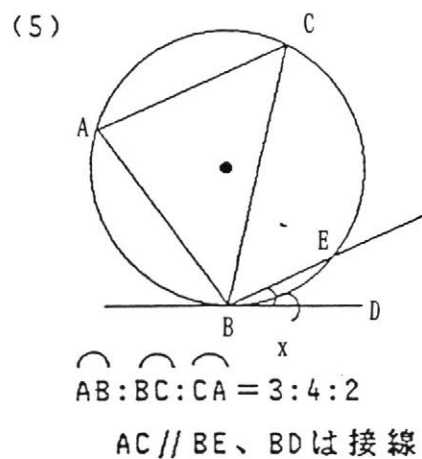
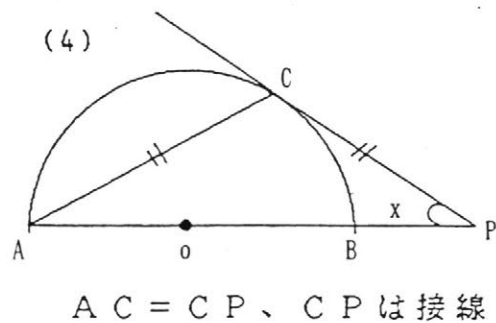
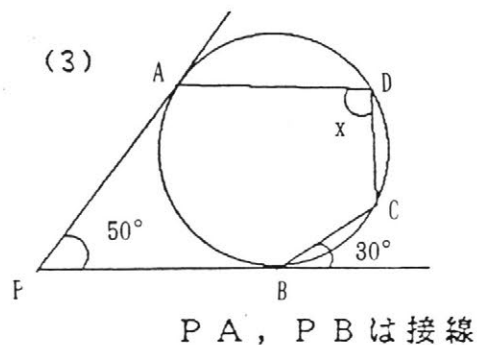
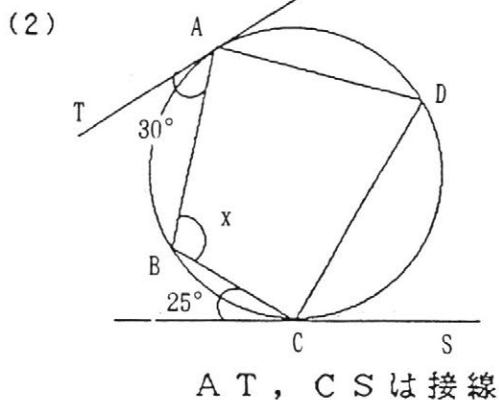
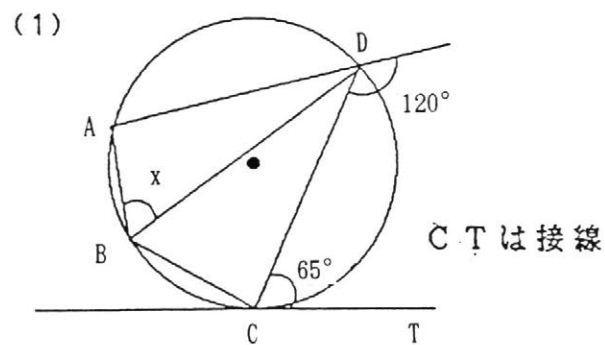
(6) $\angle x = 42^\circ$

Aコース《2》

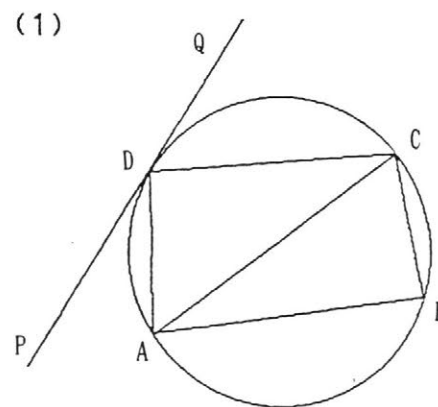
(接弦定理を使って、難しい問題にアタックしよう！)

組 番 氏名 _____

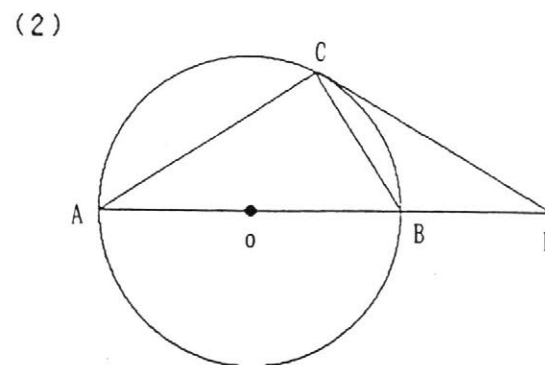
1. 次の各図の $\angle x$ の大きさを求めよ。



2. 次の問いに答えよ。



AC = AB、PQは接線で
 $\angle ADP = a^\circ$ 、 $\angle CDQ = b^\circ$
とすると、 $\angle BCD$ の大きさを、
 a 、 b を用いて表せ。



CDは接線で、
 $AC = x$ 、 $BC = y$ 、 $CD = z$
として、ADを x 、 y 、 z で表せ。

《解答》 Aコース《2》右

1. (7) $\angle x = 40^\circ$

(8) $\angle x = 75^\circ$

2. (1) $\angle BCD = (2a + b)^\circ$

(2) $AD = \frac{xz}{y}$

《解答》 Aコース《2》左

1. (1) $\angle x = 55^\circ$

(2) $\angle x = 125^\circ$

(3) $\angle x = 95^\circ$

(4) $\angle x = 30^\circ$

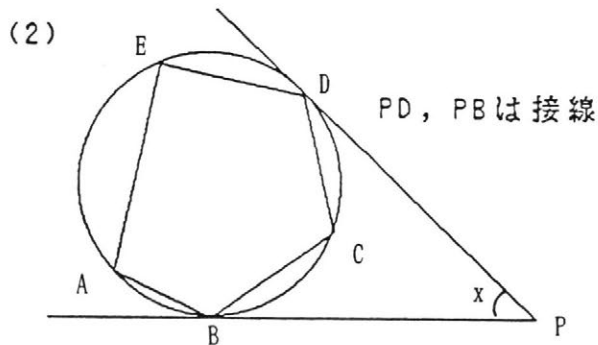
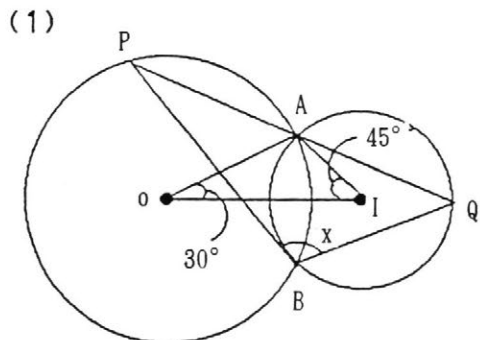
(5) $\angle x = 20^\circ$

(6) $\angle x = 29^\circ$

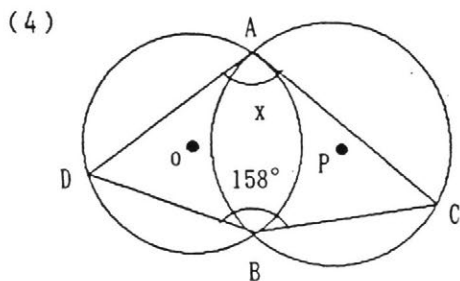
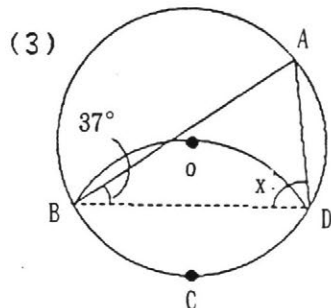
Aコース《3》

(超難問に、君の頭脳の全てをぶつけよう!!)

組 番 氏名

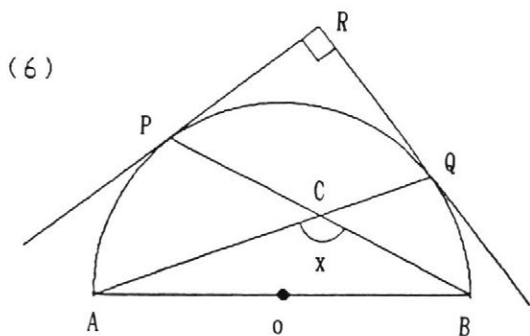
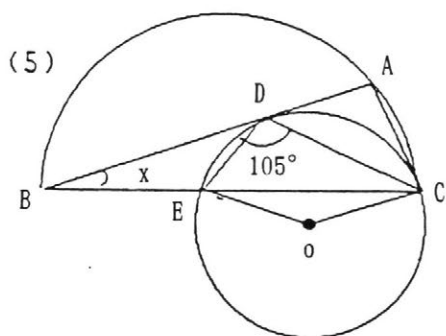


$$\widehat{AB}:\widehat{BC}:\widehat{CD}:\widehat{DE}:\widehat{EA}=1:2:2:2:3$$



点Cが中心Oに重なるように、弧BCDを折りあげた。

ADは円Pの接線、ACは円Oの接線



$\widehat{AB}, \widehat{AC}$ は円Oの接線
B A Cは半円

PR, QRは接線、 $\angle PRQ = 90^\circ$

《《解答》》 Aコース 《3》

(1) $\angle x = 105^\circ$

(2) $\angle x = 36^\circ$

(3) $\angle x = 83^\circ$

(4) $\angle x = 101^\circ$

(5) $\angle x = 15^\circ$

(6) $\angle x = 135^\circ$

角解説プリント Aコース (1)

1.

(1) ~ (4) は解説省略

(5) 弧AB : 弧CD = 4 : 1 だから

$$\angle ADB = \angle ACB = 4a$$

$$\angle DAC = \angle DBC = a$$

(6) $\angle CAE = \angle FAE = a$ とすると $\angle DAB = \angle DCB = a$ よって、 $\triangle ACE$ において

$$a + 4a = a + x$$

(7) AとD, AとCを結ぶ。

$$\angle CAD = \angle DAE = \angle ADE = a \text{ とすると } \angle ADC + 3a = 180^\circ$$

(8) $\angle ANM = \angle PCD$

$$\angle MNB = \angle MDB$$

$$\angle ANB = 100^\circ$$

2.

(1) $\angle DCB = a^\circ$

弧DAB = 弧BC より

$$\angle BAC = a^\circ$$

(2) ① $\angle PAB = 25^\circ$

$$\angle PAC = 20^\circ$$

② $\angle ACO = 45^\circ$ より $\angle ACP = 105^\circ$

四角形ABPCは円に内接

③ $\angle PBO = 3a^\circ$, $\angle PCO = 2a$ とすると

$$3a + 2a + 45^\circ = 180^\circ$$

角解説プリント A コース (2)

1.

- (1) ~ (3) は解説省略
- (4) C と B を結ぶ。
 $\angle CAB = \angle PCB = x$, $\angle ACB = 90^\circ$
- (5) 弧の比から $\triangle ABC$ の各内角を求める。
 AC BE より $\angle ACB = \angle CBE$
 $\angle EBD = \angle BCE = x$
- (6) P と C を結ぶ。
- (7) Q と A, P と B を結ぶ。
 $\angle AQC = \angle APB = 90^\circ$
 $\angle BPC = 25^\circ$
- (8) O と B を結ぶ。
 $\triangle OBC$ は正三角形

2.

- (1) D と B を結ぶ。
 接弦定理を利用して、 $\angle ABC = a + b$
 また、 $AC = AB$ より $\angle ABC = \angle ACB$
- (2) $\triangle CAD$ の $\triangle BCD$ より 対応する線分の長さの比はすべて等しい。

解説 プリント A コース (3)

- (1) AとB, OとB, IとBを結ぶ。
 $\angle AIB = 90^\circ$, $\angle AOB = 60^\circ$
 円周角は中心角の半分
- (2) 弧の比から、弧BCに対する円周角(弧CDも同じ)を求める。
 DとBを結ぶと、 $\angle CBP = \angle CBD = \angle BDC = \angle CDP$
- (3) $\angle BAD = (143 - x)^\circ$
 $\angle BOD = 2(143 - x) = \angle BCD$
 $\angle BCD + \angle BAD = 180^\circ$
- (4) AとBを結ぶ。
 $\angle DAB = \angle ACB$, $\angle CAB = \angle ADB$
 四角形ADBCにおいて
 $\angle ADB + \angle ACB = x$
- (5) $\angle ACD = \angle DEC = a$, $\angle BDE = \angle DEC = b$ とすると
 $a + b = 75^\circ$
- (6) PとQ, AとP, BとQを結ぶ。
 RPの延長上の点をS, RQの延長上の点をTとして
 $\angle SPA = \angle ABP = \angle AQP = a$,
 $\angle TQB = \angle BPQ = \angle BAQ = b$ とすると
 点Pに注目して
 $a + 90^\circ + b + 45^\circ = 180^\circ$

VI 習熟度別学習を取り入れることの効果

1. 習熟度に応じたコース別学習に対する反応

本研究に先立って、これまでに述べてきたマスタリー・ラーニングの理論を応用した習熟度に応じたコース別学習で実践した学校（以下「個別校」と呼ぶ）で、習熟度別学習に対する反応を見ようと、アンケート調査を実施した。その結果、「学習が楽しくできた」「理解できた」という反応が多く、数学嫌いを未然に防ぐ、あるいは少なくする効果が期待できるものと考えられる。習熟度に応じて使用した学習シートに対する反応は、分散しているが概ね好反応を示している。しかし、違った教材を学習することで、「分けられている」という一種の差別意識のようなものを感じる生徒もあり、これへの配慮は、こうした学習法を実施する際の重要なポイントとなる。これまでの実践で、コース間の渡りを工夫してやり、励ましながらより多くのコースの学習シートを学習させるなどして、生徒に“やる気”を起こさせる配慮をする必要があることを感じている。

一斉学習とコース別の個別学習に対しては、個別学習を好む生徒が有意に高い。しかしながら、一斉学習の方がよいと答える生徒もいるわけで、上に述べた学習シートに対する反応と同様な配慮が必要である。アンケート結果を総合的に判断してみると、開発した教材は、学習意欲を高め、積極的に自ら進んで学ぶ習慣を育成するのに役だっていると考えられる。

2. 学習成果の比較

上に述べた「個別校」と、一斉指導によった学校（以下「一斉校」と呼ぶ）について、それぞれ5学級を対象に、中学1年生は「方程式」、2年生は「不等式」の単元について実践データの分析をするため、授業後の学習到達度を調査した。調査は、単元の指導終了後1週間以内に実施した。調査の比較対象校は、教育諸条件も生徒の学習特性も類似していると見られている学校を選んだ。なお、個別校では、他のいくつかの単元においても個別化授業に取り組んでいる。

学習成果を比較検討するに当たって、知能偏差値によって、上位、中位、下位の3つのグループに分けて比較した。また、知的学力調査問題は、「基本原理・性質の理解（導入問題）」「計算（方程式・不等式の解法）」「応用（文章題）」の3つの領域で構成し、それぞれを分析の柱として、「個別校」と「一斉校」の成績の比較・検討を行った。

調査結果によれば、教育内容がやさしい基礎・基本的なものであれば、一斉指導でも効果が期待できるが、内容が高度になればなるほど、知能偏差値の下位グループの生徒に対しては、指導の効果がほとんど見られないことがわかった。また、1年生よりも2年生の方が個別学習の成果が大きいことが調査結果に現れているが、これは、2年生は個別学習の経験が多いことによるものであると考えられ、個別学習で成果があがるのには、学習の継続が必要であることが読み取れる。

なお、この調査結果の詳しいことについては、財団法人日本教材文化研究財団発行の調査研究シリーズ17「中学校における習熟度別学習指導の研究」（平成4年2月発行）を参照されたい。

3. 生徒の声

(1) 診断テストについて

- ・自分の苦手なところが分かってよい。
- ・授業で分からなかったところを、今まではそのままにしていまいがちであったが診断テストで、改めて分からなかったところがはっきりしてくるのでよかった。

といった肯定的な感想を寄せる生徒が多かったが。中には、次のような批判的な、といより何かを示唆してくれるような生徒もいた。

- ・これだけの問題数で、各コースに分けるのはおかしいと思う。もっとたくさんの問題を解かせて分ける方がよい。

(2) 学習シートについて

Sコースに進んだ生徒からは、

- ・プリントに分かりやすい説明が書いてあるから、それを見るとよく分かる。
- ・例題と同じような問題があり、それをやると自信がつく。

といった感想が大半を占めたが、中には、Sコースの学習シートはどうしても説明が多くなるため、文字への抵抗があってそれを読まずにやろうとして

- ・何を書いたらよいか分からなかったので、友だちに聞いて書いた。
- ・説明の式に数字を埋めるだけなのでよく分からない。

という感想を寄せる生徒もいた。また、次のような感想を寄せた生徒もいたので、Sコースへ進む生徒への対応にはさまざまな配慮を必要とすることも明らかになった。しかし、このコース別学習のひとつの目的は、自学自習できる生徒を作ること、真に個別指導を必要とする生徒に対応できるということでもあるので、解決できる問題であろう。

- ・説明は、やっぱり口でもらった方がいい。
- ・（自分がSコースになると）恥ずかしい。

Mコースに進んだ生徒からは、

- ・Aコースに進むぞとやる気を持ってやれる。
- ・もう少しがんばっていっぱい問題を解いて自信をつけたい。
- ・まちがえた問題をもう一度家でやろうと思う。
- ・だいぶ理解できたけれど、まだまだミスが多い。

といった意欲、向上心を物語る感想が多く寄せられた。

Aコースに進んだ生徒からも、

- ・たくさんむずかしい問題に挑戦できてよかった。
- ・問題はむずかしいけれど、できるとうれしいし、楽しい。

という好意的な感想が多かったが、SやMコースからAコースに進んできた生徒からは、

- ・もう少し解説がほしい。
- ・分からない問題がそのままになってしまった。
- ・Aコースの問題は、むずかしすぎて嫌いだ。

という感想も聞かれた。特にSコースに進んだ生徒には、“分けられている”という差別意識を持たせないようにと、励ましながらか多くのコースを学習させるように配慮しているが、それが上のような感想を引き出す結果になっているようである。Sコースだけで終わっても、Mコースまでで終わってもかまわないと説明しているが、それではやはり不安が残るようである。このあたりにも解決しなければならない問題が潜んでいるようである。

(3) コース別学習全体についての感想

- ・ 2回勉強することになるから、よく分かるのでどんどんこういった勉強を取り入れてほしい。
- ・ 自分だけで、自分のペースでやれるのでやりやすい。
- ・ 教えたり教えられたりできて、とても楽しく勉強できる。苦手な数学だけど、好きになれそうです。

という感想が多く寄せられたり、一斉指導だけでは、どこが分からないかも分からなかった生徒が、むしろ自慢げに「僕は、〇〇が苦手なんだ。」といえるようになる姿に接すると、教材開発の苦勞を忘れさせてくれる。しかし、中には、一斉指導の方がよいと考える生徒もいるわけで、彼らへの対応も考えていく必要はある。特に、いつもAコースに進める成績上位の生徒にそういう生徒がいるので、彼らも興味を持って取り組めるような魅力あるコース別学習にしていかなければならない。

Ⅶ 研究のまとめと今後の課題

日々の授業実践のなかで、基礎的なことからの学習を進めるうちは、理解でき、問題も解けていたのに、学習が進み、むずかしい内容になってくるとわからなくなり、やがては、できたはずの問題までもができなくなってしまう生徒を何人も見ている。そんな生徒には、それまでの学習をふりかえらせ、理解できるところまでは確実に自分の物にさせる機会を与えてやる必要を痛感してきた。しかし、その時間の確保もいうに及ばず、適当な教材がないために実施できないまま過ごしてきてしまった。ブルーム・ブロックの完全習得学習の理論に出会ったとき、「これだ！」と直感し、これまでの一斉指導を補完する目的でコース別学習を取り入れることにした。

はじめのうちは、教材作りがたいへんで、しかもどんなふうにも生徒に受け入れられるかも心配で、研究の歩みは遅々としたものであった。しかし、この学習方法が生徒に理解され、受け入れられてからは、研究にはずみがつき、多くの教材を開発し、蓄えることができるようになった。また、国立教育研究所教育課程研究室長の石坂和夫先生にお力添えをいただき、習熟度に応じたコース別学習を取り入れている学校と一斉指導だけによっている学校との学習到達度の比較検討の研究を実施し、習熟度に応じたコース別学習を取り入れると、大きな効果が現れることが実証できたことが、本研究を支えてくれた大きな力となった。

個人レベルでの、あるいは一つの学校単位での研究であったものが、今回、日本教材文化

研究財団のおかげで、同様の研究を進めていたものが集まり、研究に広がりをもたせることができたと同時にそれぞれの研究を集大成することができた。とはいえ、限られた実践を通しての研究であるので、さらに実践的研究を重ね、よりよい教材に改訂をしていかなければならないが、習熟度に応じたコース別学習のあり方の方法論としては一つの完成を見たと自負している。本研究を通して開発した教材を提供することにより、習熟度に応じたコース別学習の実践の輪が広がり、よりよいものに成長していってくれることを願っている。

本研究では、「普通の学校で」「普通の教室で」一人の教師で対応できるように、生徒が自学自習できる教材であることを前提にして開発を進めてきた。そうすることによって、真に個別指導を必要とする生徒に教師が時間を割くことができるからである。折しも、平成5年度から協力授業（ティーム・ティーチング）を実施するための教員の加配が実施されたが、協力授業を行おうとするときにこそ、本研究で開発したような教材が必要になってくる。協力授業をしようとする複数の教師の共通の土俵にできるからである。というより、共通の土俵となりうるものがなかったら、協力授業など成り立たないので、こういった教材がどうしても必要になってくる。この研究が協力授業の普及発展に資することができればと願っている。つたない研究ではあるが、教材開発と実践を並行して進めることができたのは、やはり我々現場教師の強みであろう。より多くの教材開発をと、欲張ったばかりに深まりはないが、次にあげるような点を今後の課題としてとらえ、さらに実践的研究を進め、よりよい教材として完成を見られるようにしたい。

- ・ティーム・ティーチングでの利用を考えた改良、特に補充シートでの説明の簡略化
- ・ミニマムエッセンシャルズとしての基礎・基本のとらえ方と、それに見合った診断テストの内容やコース設定の仕方
- ・補充・深化学習を進める際のコンピュータ支援をはじめとする他メディアの活用
- ・発展学習の一つとして、単元に関わるおもしろい問題を扱った「資料カード」といったものを用意しての課題学習