児童・生徒の数学的思考力・活用力を育成する算数・数学科学習指導方法と評価の研究

は　じ　め　に

平成20年3月に新しい学習指導要領が発表され，算数･数学の内容は，ほぼ平成元年のレベルに戻されるとともに，数学的活動を通して算数・数学を学習させること，数学を活用する力を育てることが求められるようになった。当財団で平成12年度から14年度にかけて行われた「我が国の学校教育における望ましい算数・数学のカリキュラム」の研究（平成15年発表），および，そのカリキュラムに基づいた教科書「生かす算数」「生かす数学」（平成19年発行）は、レベルの高い数学教育を目指すとともに，数学を活用できる人間を育てることにねらいを置いており，新しい教育課程が求めているものと同じ方向であった。

そこで，その試みを確かなものにするためにも，また，広く教育界に拡げるためにも，新しい教科書を用いた指導を行って具体的な指導のあり方を示すとともに，その妥当性を確かめ，あるいは，修正すべきは修正し，よりよいものとしていきたいと考えた。

研究は，ほぼ毎月研究会を開くとともに，研究授業等も適宜行い，その中から目ぼしいものを選んでまとめて発表することにした。

内容は，具体的な指導を詳しく示すことにしたので，各学年1～3事例しかないが，「生かす算数」に含めなかった小学校2，3学年の事例を補うことができたし，「生かす算数」「生かす数学」とは異なる展開案なども紹介することにした。活用力を育てるについては，「学習」「習熟」の後「活用」という展開ではなく，始めから「活用」できることが分かるような展開を心がけるようにした。また，具体的な問題を解決することを通して数学を見つけ，作るような展開を心がけたものもある。教科書の意図することが分かるように私の講演も載せておいた。見ていただいて，よいものは生かしていただくとともに，改善案の意見もお聞かせいただければ幸いである。算数・数学教育に一つの提案ができるものと自負している。

公益財団法人　日本教材文化研究財団にはいろいろな面からご協力いただいたことを心から感謝している。有難うございました。

杉山吉茂

目　　次

1. 講義

2. 研究事例

小学校

中学校

1. 講 義

実験教科書「生かす算数」「生かす数学」について

杉山吉茂

平成10年に学習指導要領が改訂されたとき，僕は3割削減されたことにとても腹が立ちました。また，日本の多くの人々が3割削減を妥当なことのように受け入れるという現実にも腹が立ちました。文部省がすることを唯々諾々と受け入れていることにも腹が立ちました。もっと怒る人がいてもいいだろう。もっと意見を言う人もいていいのにと思いました。この実験教科書作りは，このような気持ちがあって始めたものです。当時，このようなことを，この教科書つくりに協力してくれた財団の人たちに話をしたら，その人たちは話に乗ってくれ，この教科書を作らせてくれました。

この教科書を作る前に，「我が国の望ましい算数･数学のカリキュラムの構想」をまとめました。その「はしがき」が，お手元に差し上げた資料です。これに3年かけました。小学校，中学校，高等学校の望ましい内容を，学習指導要領の形にまとめたもので，全国の教育研究所に送っていただきました。

それができあがる頃に，それだけ見ても，実際にどうしてよいか分からないかもしれないので，教科書を作ってみては，ということになり，多額のお金を準備していただきました。平成12・13・14年で「我が国の望ましい算数・数学のカリキュラムの構想」を作り，それから14・15・16・17の4年をかけて教科書づくりをさせてもらいました。そして，この「生かす算数」「生かす数学」が去年（平成19年）の9月にやっとできました。編集については，東京書籍にもご協力いただきました。

僕は「今度，学習指導要領がこう変わるから，こうしよう」というのではなくて，「将来の日本の数学レベルをこうしたい」とか「こういう数学教育をやりたい」という視点と姿勢をもった先生が育ってほしいと思います。それを，僕は，教大研の人にも期待しています。もっと前向きに，「こんな新しいことをしたい」「今の内容でも，このくらいまですることができますよ」とか「題材として，こんな面白いものがありますよ」とかいう研究や実践を期待したいと思っています。学習指導要領の範囲内，教科書の範囲内におさまっていないで，「もっとこういうことができる，したい」というような提案をしてほしいと思っています。皆さんに夢を語っていただくために，そういうようなことを期待して，今日の話をしたいと思います。

資料に，これからの数学教育の目的が書いてあります。資料の中ほどに，これまでの数学教育の目的は，まず1番目に日常生活・社会生活で必要な数学の知識・技能の習得，2番目は，他の学問の学習や研究に必要な数学の知識･技能の習得，3番目は，さらに進んだ数学を学習・研究するのに必要な数学の知識・技能の習得，4番目は，論理的な思考力など，数学を学習することを通して培われる能力と態度を獲得させることにあると書いてあります。これまではそうでした。

それに対して，僕は，これからの数学教育の目的は，数学とテクノロジーを使って事象を解析し，問題を解決できる能力を育てることを目的としたいと思います。PISAの調査

の結果が出てきた頃から，「活用」という言葉が出てきましたが，僕たちは，研究を始めるときから，数学を使える人間を育てようということを考えていました。数学の知識をたくさんもつとか，数学の問題が解けるということだけでなく，数学が使える人間を育てようと考えました。

そのために，テクノロジーを使います。たとえば，今，三角関数や指数関数の微分・積分は，数学Ⅲで学習していますが，微分・積分の意味が分かっていれば，ここで三角関数の微分がしたいなという場が出てきたら，コンピュータに計算させればいいでしょう。この関数を積分したい，あるいは，この関数を微分したいと思ったら，コンピュータに計算させればいいのです。今は，コンピュータを学校で使わせませんから，数学Ⅲになって時間をかけて学習するまで待たなければなりません。基本姿勢は，手でできることにはコンピュータを使わないが，手でできないことにはコンピュータを使う，コンピュータに頼ることにするということです。基本的なことさえ分かれば，コンピュータに頼ったらいい。すると，使える数学が多くなります。日本はこのようなことはしていませんが，アメリカや諸外国では，このようにして，使える数学のレベルを高くしています。テクノロジーは，法則や性質を発見し，数学を創造的に学習するためにも使えます。

数学を使える人間を育てることを数学教育のねらいとすると，教える数学のレベルは，整関数，三角関数，指数関数，対数，簡単な微分・積分，離散数学や確率・統計などとし，これらをすべての子どもに学習させたいと思います。私たちのカリキュラムでは，これらを国民の必修内容として，数学Ⅰまでに学習をさせることを考えています。今，微分・積分は数学Ⅱで学習することになっていますが，数学Ⅰまでに学習させるようにしようと，このカリキュラムでは考えています。教科書もそれに基づいて作りました。これが主張の1つです。

数学教育の目標を「数学を利用する能力と態度の育成」とすると，教科書の書き方も違えたいと思いました。これまでの算数・数学の指導は，まず数学の理解をはかり，技能を習熟させ，そのあと数学を用いて問題を解決させるという形，つまり，数学の理解があった上で，応用という形になっていました。ところが，この教科書では，初めから応用を考える形で作ることにしました。数学の有用性が，学習する初めから分かるようにしようという構成になっています。ですから，今までの教科書とは，構成が変わっています。小学校的な学習展開が，中学校・高等学校にも入れてあります。どちらかというと，今の小学校の教科書も，数学を学ぶために，この問題を考えるということが多いのですが，そうではなくて，「この問題を解きたい。そのためにどうしたらいいか」という形で展開しています。

単元の構成の仕方も，これまでとは違っています。小学校では，たとえば，小数と分数は同じ単元で学習させるようにしました。小数・分数のかけ算，小数・分数の割り算という単元構成をしています。中学校では，今は，文字式，方程式，関数という順番で単元を構成して学習させていますが，実験教科書では，関数の学習の単元の中に，方程式がでてくる形になっています。たとえば，中学2年生の一次関数の中に，不等式で表す場面があり，それを解くために方程式が出てくるという形になっています。それは，方程式や関数が分かると，不等式の解などが，グラフを使ってすぐ分かるということもあります。

小学校では，教具として，そろばんを1年生から使うことにしています。速く計算する

道具としてではなく，十進位取り記数法を表す道具として使います。それから，各学年の計算で扱う数の桁数は，数の拡張に伴ってすることにしました。百の位まで習ったら百の位までの計算，千の位まで習ったら千の位までの計算というようにするのです。それは，計算の仕方に習熟することが目的ではありません。数の構成を理解するための計算です。分数･小数については，先ほどお話ししました。また，6年生で負の数を導入しました。また，「□を用いた式」や「文字を用いた式」という単元は作らないことにしました。これらは，数と計算の領域や量と測定の領域の学習の中に組み入れるようにするのです。

中学校の特色は，数学を学習する必然性が分かるような課題を設けて展開することにあります。具体的には，後で話します。中学校3年生では，高校で三角関数を学習することにしたので，三角比の学習を行うことにしています。

できあがってみたら，このように言いながらも，小学校は，どうしても今の小学校の体裁から抜け出ていません。しかし，小数・分数を一緒に学習することは，今までされていませんので，どのようにしたらよいかを考えるときの参考になると思います。たとえば，次のようです。

小4　わり算

「15mの値段が900円のリボンを36m買ったらいくらですか。」という問題場面を作ります。するとすぐ出てくるのは，「1mの値段がいくらか」求めて，それを36倍する解決方法です。それに対して，もう1つは「36mは15mの何倍か」ということです。何倍かが分かれば，900にかければいいですね。5年生ですが比例の考え方を使っています。すると，

$36 \div 15 = 2.4$

ですから，900を2.4倍して答えを得ることができます。

この前に分数の学習がしてありますから，

$36 \div 15 = \frac{36}{15} = \frac{12}{5}$

と表せます。すると，2.4倍も，$\frac{12}{5}$倍も同じものということになります。
2.4倍を学習すると同時に，$\frac{12}{5}$倍も学習しています。ですから課題を求める式は

ア　900×2.4

イ　$900 \times \frac{12}{5}$

のどちらでもよいということです。

このことは，今の教科書でもやろうと思えばできます。やらないだけです。今は，小数は小数で，分数は分数で学年を分けられていますから，できなさそうですが，このようにする方法がありますね。

「1mではいくら」という解決方法では

ウ　$900 \div 15 = 60$

$60 \times 36 = 2160$

という式になります。

アの計算はできません。イの計算もできません。だから，答えは分かりませんが，答えはウの計算から分かります。ア，イ，ウのどの計算でも答えは同じはずですから，答えは2160になります。このように進めることによって，小数と分数を同時に学習するようにするのです。

他の例では，かけ算の中にこういう問題があります

「1mで90gの針金があります。この針金を1.4m買うと重さはどれだけですか」という問題です。

1cmでは0.9gになる。1.4m買うから

0.9×140

これで，答えが出ます

でも，この問題をそのまま式に表すとすると，

90×1.4

です。この計算の仕方は分かりませんが，答えは126です。そこで，この間にもう1つの式

$9\times14=126$

を入れます。それは，10cmを単位として考えたものです。つまり0.1mを単位とすると，9×14です。そこで，その式を振りかえってみます。すると，その式から，かけられる数を10倍したら，かける数を10倍で割ればよいというきまりを使っていることが分かります。

0.9 × 140 = 126 （なおこの式）
↓×10 ↓÷10
9 × 14 = 126 （ゆうきの式）

★5　ゆうきの式と問題の式をくらべてみよう。

9 × 14 = 126 （ゆうきの式）
↓×10 ↓÷10
90 × 1.4 = 126 （問題の式）

（5年生　p.50）

このかけ算のきまりは，今の教科書にはありませんが，かけられる数を10倍したら，かける数を10で割ればいい。この考え方をもとに，「今度はこれを分数に直したらどんな式ができますか。このきまりを使ったら，どんな計算をしますか」というように，きまりを使って小数で考えたことを，分数に翻訳すればよいでしょう。使うきまりも同じきまりです。たとえば，これ（1.4）は$\frac{7}{5}$ですが，これを5倍して整数にしたいので，かけられる数の90を5で割ればよい。こういう形で展開をするようにしているのが，小学校の4・5・6年で主としてやっている内容です。これは，今でもできると思うので，勧めたいと思います。

小6　あたらしい数

6年生の「あたらしい数」という単元で，負の数の計算の学習をします。その前には「数の仕組み」として数のまとめを学習しています。そして，新しい数が最後に出ます。たす数，たされる数が0，1，2，3，4，引く数が0，1，2，3，4，かける数が0，1，2，3，4，わる数が0，1，2，3，4となっている表で，この枠の中を埋めさせます。すると，引く数の所だけ埋まりません。

★1　下の表を見て，空いているところに数を書き入れましょう。

たす数（たされる数）

+	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				

ひく数（ひかれる数）

−	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				

かける数（かけられる数）

×	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				

わる数（わられる数）

÷	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				

（6年生　p.137）

埋まらなかったらどうしようか，というときに，「サッカーワールドカップの最終予選の結果です」という場面にして，得失点差を計算させます。

下の表は，サッカーワールドカップ最終予選の結果です。

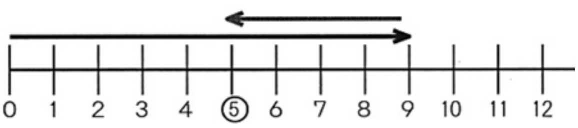
国名	試合数	勝	分	負	得点	失点	得失点差
日本	6	5	0	1	9	4	
イラン	6	4	1	1	7	3	
バーレーン	6	1	1	4	4	7	
北朝鮮	6	1	0	5	5	11	

1　得失点差は，(得点)−(失点)で求めます。それぞれの国の得失点差を求めましょう。　（6年生　p.138）

これを計算させると，プラスがでる場合もあるし，マイナスがでるときもあります。それを数直線で解釈します。

下の図は，半直線です。

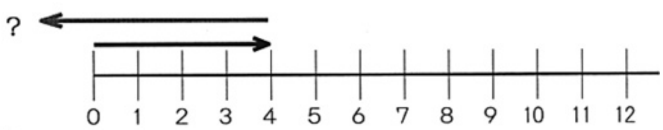
Ⓐ　9−4の場合

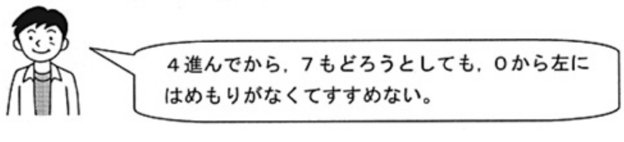


（6年生　p.138）

こちらも，半直線です。

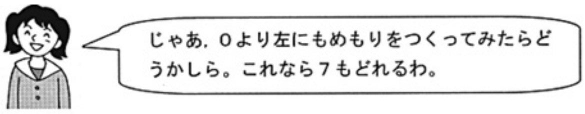
Ⓘ　4−7の場合

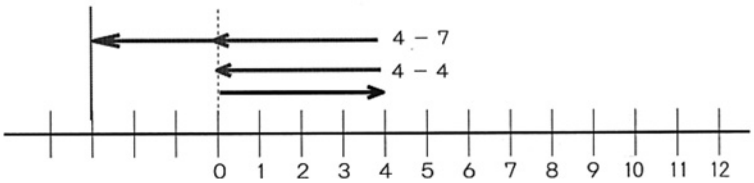




（6年生　p.139）

4−7のひき算をしたいけれども，目盛が足りないから，左に数直線をのばしましょうという展開で，−1，−2を学習していきます。





(6年帥J　p139)

6年生はこの程度の学習をします。これは，現代化の時に（昭和40年代に）したことを復活させたものです。あまり，深入りはしません。

中1　正負の数

中学校1年生です。みなさんから，いろいろ言われましたが，あえてやろうとしたことがあります。正負の数を使った場面で学習をします。正負の数をよく使っているのは，お天気のプラス・マイナスです。でも，ここでは，ゴルフの成績を扱います。

パーからプラス・マイナスを考えて計算をさせます。スコアを計算したらどうなるか，ということを考えると，たし算ひき算もしなければいけなくなります。概念を学習すると同時に，計算も入れてしまおうということです。ですから，正負の数を使っている場面を入れながら学習を進めます。

問　1　2人の選手の成績について，次の問に答えなさい。

①すべてのホールの成績を，パーを基準として正負の数で表しなさい。

②合計を求め，どちらの選手のほうが成績がよかったかをいいなさい。

<丸山茂樹選手>

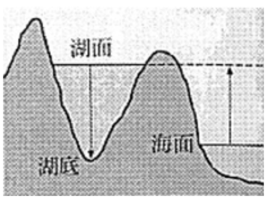
ホール	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	合計
パー	4	3	4	4	5	4	3	4	4	4	3	4	4	4	4	5	3	4	
1日目																			
2日目	0	+1	−1	0	−1	0	0	0	+1	0	0	0	−1	0	0	0	−1	0	−2
3日目																			
最終日																			

<タイガーウッズ選手>

ホール	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	合計
パー	4	3	4	4	5	4	3	4	4	4	3	4	4	4	4	5	3	4	
1日目																			
2日目	0	0	0	0	−1	−1	0	0	0	+1	0	0	−1	0	0	0	0	0	−2
3日目																			
最終日																			

(中1　p.19)

練習問題では，湖の海面から湖面までの高さや湖面から湖底までの深さの場面です。



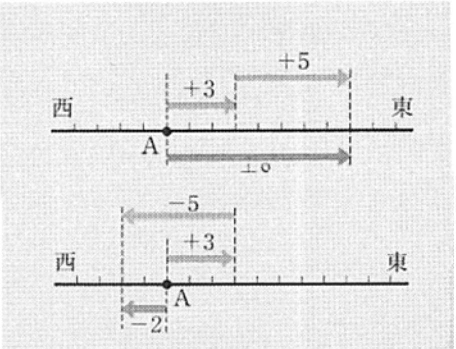
(中1　p.20)

次は，「加法と減法」の話です。数直線を使っています。加法では右に進み，減法では左に進みます。

例 1　上の①，②での2回の移動とその結果を，正負の数を使って表してみよう。

① 1回目　＋3m
2回目　＋5m
結果は　＋8m

② 1回目　＋3m
2回目　－5m
結果は　－2m



（中1　p.24）

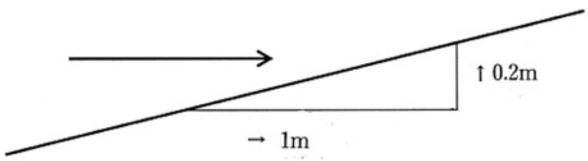
かけ算の所は，今までとちょっと違って，上り下りで学習していきます。傾きです。上に上がっていきます。初めは，もっと数学的にやろうと考えていました。早稲田大学の講義ではやりましたが，それでは，中学生では分からないというので，このようになりました。

かけ算を，坂道を歩くときの高さの変化をもとにして考えてみます。

高さの変化で，高くなるときを正の数，低くなるときを負の数で表すことにします。

次のような坂道があります。その勾配（こうばい）は，下の図のように，水平距離 100 m について，20 m だけ高くなります。

つまり，水平距離 1 m だけ矢印の方向に進むごとに，0.2 m ずつ高くなります。



したがって，この坂道を水平距離 30 m だけ矢印の方向へ進めば，高さは

0.2×30 (m)

だけ高くなります。

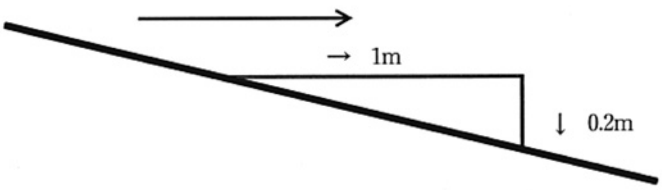
この計算は，小学校のときに学習したかけ算なので

0.2×30＝6

となり，6 m だけ高くなることがわかります。

（中1　p.34）

▶▶今度は，勾配が水平距離 1 m だけ矢印の方向へ進むごとに 0.2 m ずつ低くなる，下の図のような坂道を考えてみましょう。



（中1　p.35）

最後に，負の数をかけるかけ算のモデルがあります。これを解釈しなさいという問題が

あります。

中1　比例と反比例

それから，「比例と反比例」です。ここでは，徹底してお風呂の場面を扱っています。お風呂に水を入れるのに，どれだけの時間にしたらよいかという問題があって，それについてのグラフをかいて，何分たったらお風呂に行けばいいかを考えさせます。

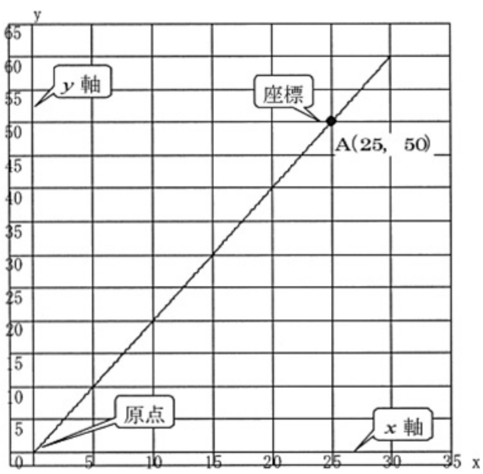
例　1　「1分間で深さ 2cm の割合」で水を入れる場合の x と y の変化のようすは，下の表のようになります。

時間 x 分	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…	15	…	20	…
深さ y cm	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	…	30	…	40	…

この表から，時間が 2 倍，3 倍，…になると，入った水の深さも 2 倍，3 倍，…になります。このような場合，深さ(y)は時間(x)に**比例**するといい，$y=2x$ という式で表されます。

（中1　p.52）

グラフ上では，横の数直線(x 軸)の目もりの数(x **座標**)と縦の数直線(y 軸)の目もりの数(y **座標**)の組で 1 つの点の位置を表し，これを**座標**といいます。x 軸と y 軸を合わせて**座標軸**，座標軸の交点Oを**原点**といいます。原点の座標は (0, 0) です。

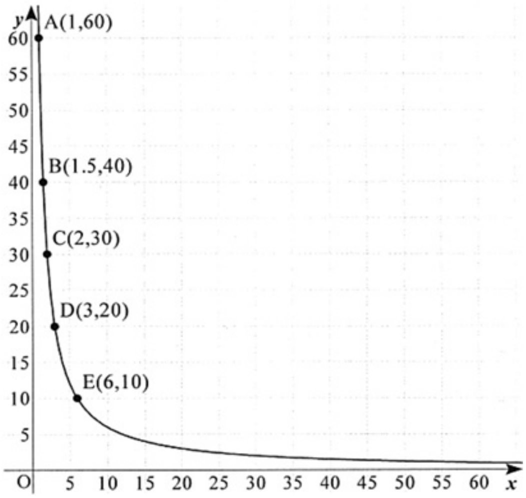


（中1　p.54）

反比例もお風呂の場面です。お風呂に水を入れるのに，1分間にたくさん入れると，時間が短くてすむでしょう，というのです。

1分間に入れる水の量（$x$cm）	1.5	2	3
いっぱいになるまでにかかる時間（y分間）	40	30	20

（中1　p.56）



（中1　p.57）

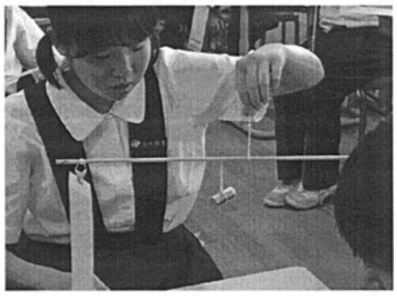
このあとに，グラフがありますが，実用の場面としてお風呂の場面で比例・反比例を学習します。いろいろな比例についても式を入れて学習します。明るさが距離の2乗に反比例することも扱います。これも，現代化のときに出ていたものです。

その後に数学が出てきます。これは，負の数まで拡張した形です。だから，比例・反比例を学習して具体的なことをつかんだら，そこから出てきて，数学として，比例・反比例の負の数まで拡張したグラフの学習をします。

中2　一次関数

中学校2年生では，一次関数があります。そこでは，最初に天秤の問題を扱います。昔，重さを量るのに使われた「さおばかり」を作ることを考えます。竹の棒とお皿とおもりを準備します。そして，さおばかりの竹に目盛りをつけなければなりませんが，その目盛りをどうやって付ければよいかを考えさせます。

Q　右の写真のような道具を「さおばかり」といいます。このさおばかりを実際に作り，封筒１枚と便せんを何枚かつるして，便せんの枚数とつり合うおもりの位置の関係を調べてみましょう。



用意するもの

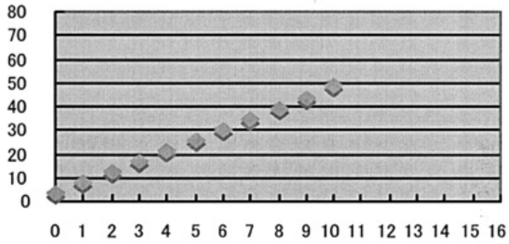
木の丸棒，洗濯ばさみ，たこ糸，フィルムケース，１円硬貨，おもり　（中2　p.14）

データをとったら，グラフ電卓にデータを入れてグラフを書かせます。グラフをどう書きますか，ではありません。グラフは，コンピュータに書かせればよいのです。そして，式を出させます。

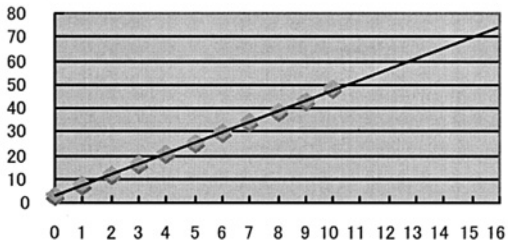
便せんの枚数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
支点からの距離	3.5	8	12.5	17	21.5	26	30.5	35	39.5	44	48.5

（中2　p.14）

この表のデータをプロットしてみると，下の図のようになります。



点が直線上に並んでいるので，すべての点を通るように直線をひいてみます。



（中2　p.15）

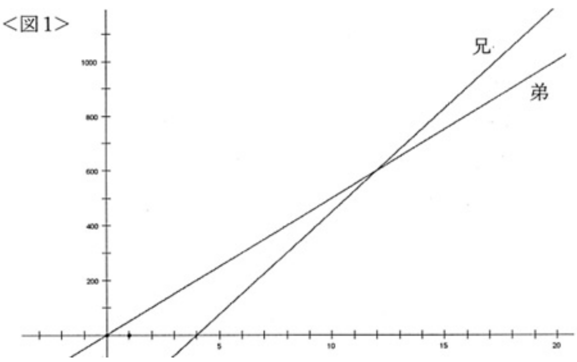
一次関数の利用もあります。出てくるのは，高度による気温の変化，摂氏と華氏の換算，線香を燃やすときの時間と長さ，という問題等です。

中2　不等式と連立方程式

この後は，「不等式と連立方程式」です。弟が先に出発して兄が後から追いかける問題です。交点を求めるには，連立方程式を解かなければいけません。表での観察もします。

兄と弟が 1000m を歩く競争をしました。兄のほうが歩くのが速いので，兄は弟がスタートしてから 4 分後にスタートすることにしました。2 人の歩く速さは一定であるとして，2 人の歩くようすをグラフに表すと，次のようになりました。

<図 1>

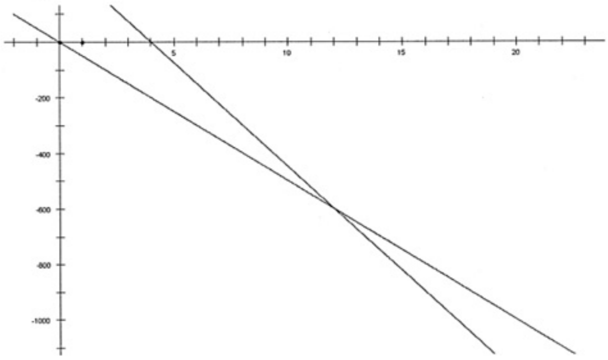


（中2　p.24）

次は，逆向きの負の数の場合です。

<図 1>の 2 つのグラフと x 軸について線対称となるグラフをかくと，次のようになります。

<図2>



（中2　p.26）

方向が変われば，グラフはこのように変わります。わざわざ場面を変えなくても，線対称なので，このようになります。そのあとに，連立方程式のグラフがあって，その後，連立方程式の解き方が出てきます。ですから，解くことが必要になったところで，解き方を学習しようという流れになっています。

中3　二次関数・・・制動距離

中学校3年生では，二次関数の学習があります。ここでは表題が二次関数になっていません。「事象と関数」となっています。場面は，ブレーキを踏んでから止まるまでの制動距離です。制動距離は，速さの二次関数になっています。

ある自動車Ａについて調べたところ，時速 $x$km で走行しているときの空走距離と制動距離は，次のようになっていました。

空走距離　…　$0.21x$ m

制動距離　…　$0.012x^2$ m

（中3　p.46）

ですから，停止距離をyとすると次のようになります。

ア　$y = 0.21x + 0.012x^2$

式は，初めから与えます。ある車についての式を与え，「時速100kmで走ると，制動距離は何mですか」とか「制動距離を100mにしたかったら，時速をどれだけにしたらいいですか」という問題を出します。ここでは，二次方程式を解けませんから，コンピュータで解かせます。

そして，もう1台次のような式になる自動車についても考えさせます。

イ　$y = 0.21x + 0.006x^2$

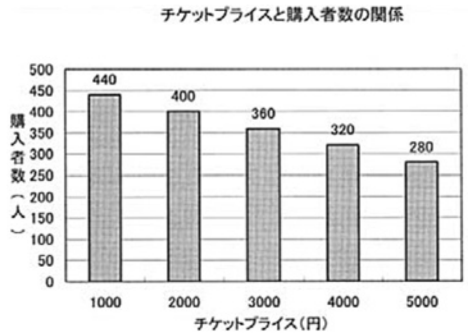
これらをグラフ電卓でかかせて，自動車の制動距離の様子を見ます。

そして最後に，「数学のまど」で，F1についての話があります。F1は時速300kmになるそうです。アの式に当てはめると，停止距離が1143m，1km以上になることが分かります。イの式に当てはめると，制動距離が603mになって約半分になります。しかし，それでも制動距離が長すぎます。だから，実際にはどういうことになっているかというと，これは参考ですが，昭和シェル石油のホームページでは「カーボンブレーキのストッピングパワ

ーによると，時速350kmのとき，静止までに必要な制動距離は約100mという驚異的な短さを誇る」と書かれています。要するに，徹底して制動距離を取り上げます。そこまでは，方程式の解き方などはありません。コンピュータに解かせ，コンピュータにグラフを書かせ，グラフの性質について学習し，「数学のまど」のちょっと手前に，「二次関数と言います。放物線といいます」という文章が出てきます。

中3　二次関数・・・チケットプライス

事象と関数の2番目は，応用問題で，「チケットプライスの数学」です。これは，「イベント会社がコンサートを企画するときにできるだけ売り上げを多くしたい。チケットの値段を決めましょう」という問題です。すると，次のような関係が出てきます。1000円だったら440人，2000円だったら400人，3000円だったら360人，グラフにかくと下のようになります。



（中3　p.51）

売上高はどうかというと，計算すれば，このようになります。

チケットプライス（円）	購入者数　（人）	売上げ　（円）
1000	440	440000
2000	400	800000
3000	360	1080000
4000	320	1280000
5000	280	1400000
⋮	⋮	⋮
x	$-0.04x+480$	$x(-0.04x+480)$

（中3　p52）

入場者が減っていっても，値段を上げれば入場者全体の売り上げは増えていきます。では，ずっと上がっていくのかといったら，そうではなくて，あまり高くして入場者がいなくなれば，売り上げも0になります。

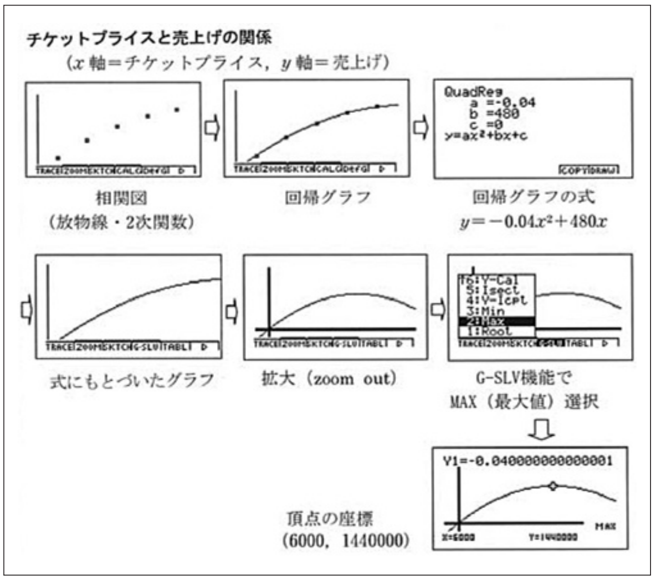
チケットプライスが1000円の時の入場者数は，

$(-0.04x+480)$ 人　となります

売り上げyは，これにxをかければいいですから，次のような式になります。

$$y=-0.04x^2+480x$$

このチケットプライスも，計算する前に「グラフ電卓を使って，どのくらいがよいのか調べましょう」という学習をします。すると，だいたいが分かります。グラフ電卓を使ってトレースすれば，一番高いところも分かります。



（中3　p.53）

このような学習の後，式を整理しましょうということで，平方完成式をします。二次式の平方を作って一番高いのはどれだけですか，ということです。まだ解き方は学習しませんが，頂点の座標を求めることだけは学習します。

x と y の関係を表した式 $y=-0.04x^2+480x$ を変形することによって，もっとも多くの売上げが得られるチケットプライスと，そのときの売上げを求める方法を考えてみましょう。

$y=-0.04x^2+480x$ の式を，次のようにして変形してみましょう。

$$
\begin{aligned}
y&=-0.04x^2+480x \\
&=-0.04(x^2-12000x) \\
&=-0.04(x^2-2\times6000x+6000^2)+6000^2\times0.04 \\
&=-0.04(x-6000)^2+1440000
\end{aligned}
$$

−0. 04 でくくる。

かっこの中を平方完成する。

上に示したように変形すると，x=6000 のときに y=144000 となり，これが y の最大値であることがわかります。この値は，グラフの頂点の座標になっています。このように，平方完成することにより，グラフの頂点の座標がわかります。

（中3　p.54）

そのあと，売り上げが1350000円になるようにするにはどうすればいいですか，という問題があります。売り上げが1350000円ですから，次のような二次方程式を解かなければいけません。

$$1350000=-0.04x^2+480x$$

ここで初めて二次方程式を解くことが出てきます。

中3　二次関数・・・放水

「事象と関数」の3番目は，放水の数学です。水をホースで放水したとき場面です。「少し離れたところにある花壇に水をまくには，どのくらいの高さにすればよいでしょうか」

と放物線を利用して，水をどこまで遠くにとばしたらよいかを考える話です。高過ぎれば，すぐ近くに落ちますね。

要するに，すべて具体的な問題でやりながら，最大値の求め方などを入れて，その後に，二次方程式の解き方が少しあって，終わりです。

その後は，いろいろな関数です。日常生活にあるいろいろな関数を出しています。ですから，できるだけ応用力を育てています。解説ではなくて，「こんな問題はこの式でできますよ」「この式からどんなことが分かりますか」と求めさせます。「この数値が欲しければ，どんな方程式が必要ですか。それを解くとどうなりますか」というように，解き方よりも，使う所の場面を多くするような作り方をしています。

今度教科書を作るときは，どのようになるか分かりません。しかし，一般的に考えると，たとえば，この中学校3年生の教科書で「事象と関数」といったときに，教科書をぱっとめくって，「停止距離の数学を学習して，計算してみましょう。何mで止まるのにどうしましょうか」とやっていくのに，一般の先生が耐えられるかどうか，という不安があります。多くの先生が，これをやっていたら，入学試験に受からないとおっしゃるだろうと思いますが，このようなことも配慮して，与えられた数学の解説ではなくて，少しおもしろい題材で，常に使いながら学習を進めるように徹底したことが特長の1つです。

小6　約数

中1　整数の性質・・・素因数分解

ここでの問題は，すべての単元でそれができるか，ということです。できないです。できないけれど，ぼくの1つの大事な姿勢があります。学んでいるときに，なぜそのことを学ばなければいけないかが分かる，あるいは，そのことのよさが分かるように展開したい。これがもう1つの原則です。具体的な問題ばかりで数学ができるかといったら，そんなことはありません。1年生では，以前「整数の性質」という学習がありました。今は，3年生で学習しています。この「整数の性質」を平成10年の学習指導要領の改訂で，私は，1年生に戻そうとしました。なぜかというと，小学校での算数と，中学校での数学の違いが，この整数の扱い方で分かるからです。たとえば，小学校では，24の約数はどのように求めるかというと，

1　と　24
2　と　12
3　と　8
4　と　6

このように，24を割ってみて，約数を求めます。最大公約数，最小公倍数にしてもそうです。ところが中学校ではそうではなくて，

$24=2^3\times3$　ですので，その組み合わせで，

$2, 3, 2^2, 2\times3, 2^2\times3$

というように素因数の数で，論理的に導くことができます。これが中学校の数学です。要するに，小学校は「割ってみて割れたから」と考えます。公倍数や最大公約数についても，倍数や約数を並べておいて，公倍数はこれ，最大公約数はこれと見つけます。中学校

ではそうではなくて，素因数分解を利用して，最小公倍数はこれ，最大公約数はこれと，計算しないで，素因数だけで処理します。これが違います。ですから，小学校の算数と中学校の数学の違いをきちんと子どもに印象づけるには，格好な題材なのです。素因数分解と因数分解はよく似ていますから，中学3年で一緒に学習することになっていますが，因数分解と素因数分解を一緒にやって，どのような意味があるのでしょうか。「素因数分解をして何をやりますか」といっても，何もやりません。ただ，因数分解と素因数分解は似ていますね。では，「素因数分解をして何に使いますか」ときくと，「平方根を考えるときに使います」といいます。そうではなくて，本当は，中学1年に入れてほしいと思います。

そのとき「具体的にどんなときに役立つか」ということが問われるかもしれません。素因数分解が具体的に役立つ場面がないわけではありませんが，一般生活にはありません。そこで，導入は次のようにしました。これは和田先生も言っていました。自然数は，1を次々足していけば，2，3，4と次々とできていきます。でもかけ算で整数を作ろうとしても，新しい数はできません。それでは，2を使ったかけ算ではどのような数ができますかというと，2，4，8，16，32・・・という数はできます。けれども3はできません。では3も入れるとどのような数ができますか，とする。要するに，自然数をかけ算で構成するための必要な物として，2とか3とか素数をあげていくのです。かけ算で自然数を作る物として，素数があると考えるのです。「すべての数を素因数で表現することにしよう。そして，それを利用していろいろなことをしよう。約数を求めることにしよう。最小公倍数を求めることにしよう。最大公約数を求めることにしよう」としていきます。

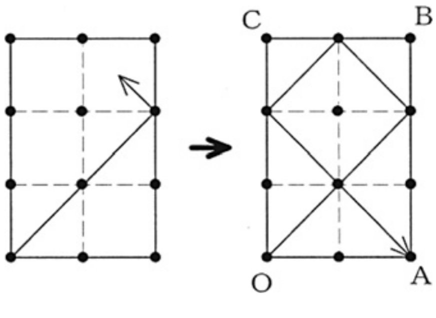
中1　整数の性質・・・はね返る玉の問題

これは小学校でやったことがあります。ちょっとゲームみたいです。長方形の枠があって，玉が側面に突き当たると，45°ではね返ります。長方形が大きくなると，玉が通らない正方形が出てきます。通るところと，通らないところが出てきます。「通る数はどうやって調べますか」「通るところと，通らないところはどこですか」などを，どのように判断するのか問う問題です。

最終的につきつめていくと，

A×B＝GCM×LCM

という式が導けます。具体的な玉の問題から性質が見つかります。これは，素因数分解からも導けます。



（中1　p.6）

中1　整数の性質・・・おもしろい数の並び

そしてさらに，123123という数，あるいは，111111となるように3桁×3桁の計算をする。

あるいは，222222になるような3桁×3桁の計算を考えます。これは，素因数分解を利用しないとできません。666666でも，777777でもいいでしょう。かけ算をして，こういう結果が出るような3桁のかけ算を考えましょうという問題も，素因数分解を利用するとできます。

中1　整数の性質・・・ルース・アーロンペア

そして，こういうのもあります。714と715という数ですが，714はベーブ・ルースの，715はハンク・アーロンの一生の間の本塁打の数です。ハンク・アーロンはベーブ・ルースよりも1本多くなっていますね。この2つの数を素因数分解しますと，

$$714=2\times3\times7\times17$$
$$715=5\times11\times13$$

となります。そこで，それぞれの素因数を加えます。

$$2+3+7+17=29$$
$$5+11+13=29$$

このように続いた2つの数で素因数の和が等しいとき，この2つの数の組のことを「ルース・アーロンペア」といいます。「他にどんなペアがありますか」というようなこととか，完全数の話とか，「博士が愛した数式」の中にあった友愛数とかいうものも，楽しみのために取り上げています。役立つだけではなく，このような学習も取り入れています。

中1　平面図形・・・基本の作図

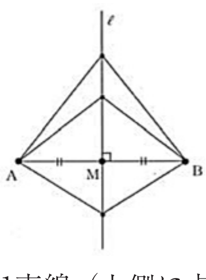
それから，基本作図なども問題です。これも，具体的な物からやろうというのがあります。でも，何か必然性があるようにしたいですね。

1点，2点，・・・，1直線，2直線からの等距離の点の集合を考えます。

1点・・・円

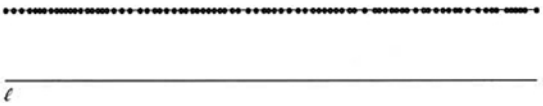
（中1　p.74）

2点・・・垂直二等分線



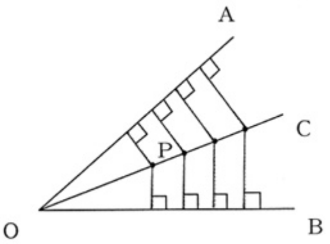
（中1　p.78）

1直線（上側に点を取った場合）・・・平行線



（中1　p.81）

2直線・・・・角の二等分線



（中1　p.85）

基本作図を考えましょう，という前に，上のような整理の仕方をする展開になっています。

ここでは，立体もたくさん扱います。いろいろな立体がでています。空間図形についてもたくさんあります。コンピュータで模様を描かせて回転させたり，対称移動させて書かせるということもやっています。

中2　剰余系

それから，現代化の時にもありましたが，中学2年生の最初は「剰余系」です。剰余系をなぜ扱うかということですが，初めは，カレンダーの話です。

問　3　右のカレンダーで，日づけの数を７でわったとき，あまりが６の日は何曜日になっていますか。また，ほかの曜日のときは，あまりはいくつになっていますか。

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

このように，7 でわったときのあまりに着目することによって，整数はあまりが 0 から 6 までの 7 種類に類別できます。それらの数の集まりをそれぞれ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 で代表させ，このような数の集まりを

$$Z_7\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$$

と表すことにします。

$Z_7\{0\}=\{0,\ 7,\ 14,\ \cdots\}$

$Z_7\{1\}=\{1,\ 8,\ 15,\ \cdots\}$

$Z_7\{2\}=\{2,\ 9,\ 16,\ \cdots\}$

$Z_7\{3\}=\{3,\ 10,\ 17,\ \cdots\}$

$Z_7\{4\}=\{4,\ 11,\ 18,\ \cdots\}$

$Z_7\{5\}=\{5,\ 12,\ 19,\ \cdots\}$

$Z_7\{6\}=\{6,\ 13,\ 20,\ \cdots\}$

（中2　p.4）

剰余系を作ります。そして，計算表を作ります。

たとえば，次のような方程式を剰余系の中で解きます。

$3x+4=1$

この方程式を解くために知らなければいけないのは，次のようなことです

$\frac{2}{7}\div\frac{3}{5}$のときにはどうするかというと，わる数とわられる数の両方に$\frac{5}{3}$をかけます。

$$
\begin{aligned}
\frac{2}{7}\div\frac{3}{5}&=\left(\frac{2}{7}\times\frac{5}{3}\right)\div\left(\frac{3}{5}\times\frac{5}{3}\right)\\
&=\left(\frac{2}{7}\times\frac{5}{3}\right)\div 1\\
&=\frac{2}{7}\times\frac{5}{3}\\
&=\frac{10}{21}
\end{aligned}
$$

（中2　p.7）

ここでは，わる数を1にするために，$\frac{3}{5}$の逆数$\frac{5}{3}$をわる数，わられる数の両方にかけて計算しています。

それから，正負の数の減法も同じように考えることができます。下のような式では（－4）をたしています。

$$
\begin{aligned}
&(+2)-(+4)\\
&=\{(+2)+(-4)\}-\{(+4)+(-4)\}\\
&=\{(+2)+(-4)\}-0\\
&=(+2)+(-4)\\
&=-2
\end{aligned}
$$

（中2　p.7）

このように加法，乗法の単位元を学習します。

$a+b$		$a\times b$
① $a+b=b+a$	⟺	① $a\times b=b\times a$
② $(a+b)+c=a+(b+c)$		② $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$
③ $a+0=0+a=a$		③ $a\times 1=1\times a=a$
④ $a+(-a)=0$		④ $a\times\frac{1}{a}=1$

③のように，たしても答がもとの式と同じになる数 0，かけても答がもとの式と同じになる数 1 を，加法，乗法の**恒等元（単位元）**といいます。また，④のように，計算したときに答が恒等元（単位元）になる数を，たがいに加法，乗法の**逆元**といいます。

（中2　p.8）

このような学習をしたうえで，方程式　$3x+4=1$　を解きます。

Z_7の中で考えると，$4+3=0$ですから，4の逆元は3です。

どのように解けばいいかというと，4の逆元を両辺に加えます。

例 1 Z_7のなかで，方程式 $3x+4=1$ を解いてみよう。

$$3x+4=1$$

$$3x+4+3=1+3 \quad \leftarrow \text{4の項を0にするために，両辺に3を加える}$$

$$3x=4$$

$$3x\times5=4\times5 \quad \leftarrow \text{3xの項の係数を1にするために，両辺に5をかける}$$

したがって

$$x=6$$

（中2　p.9）

$3x+4=1$がふつうの有理数だとしたら，どのように解くかというと，このようになっています。

$$3x+4=1$$

$$3x+4-4=1-4$$

$$3x=-3$$

$$3x\times\frac{1}{3}=-3\times\frac{1}{3}$$

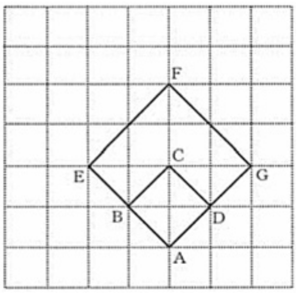
$$x=-1$$

（中2　p.9）

こちらも，同じです。先ほどのZ_7では3の逆元が−4でしたが，今度は3ですね。このような形で学習を進めていきます。「方程式を解くためには，単位元と逆元を用いていますね」ということをやりたくて，このようにしました。単位元と逆元をあとで活用しようということを目的にいれました。

中3　平方根

平方根も図形から入ります。面積が2の平方根をかきましょうというのから始まって，すぐに，A4の紙が$1:\sqrt{2}$になっているということを学習します。そして，対角線が登場します。例えばこのような図があります。



（中3　p.8）

AB＋BE＝AE より，次の式が成り立ちます。

$$\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{8}$$

また

$$\sqrt{2}\times2=\sqrt{8}$$

も成り立ちます。

（中3　p.8）

上のように，正方形AEFGの面積は8ですから，$\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{8}$ですね。また，これを見ていると，$2\sqrt{2}$ですね。ですから$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$となります。このようなことから，たし算と

$\sqrt{\ }$の計算の仕方がでます。

さらに，このようなこともやります。

$\sqrt{2}+\sqrt{3}$はどのように計算しますか。

▶▶ $\sqrt{2}+\sqrt{3}$　は，1つにまとめることができるでしょうか。

$$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2=2+2\sqrt{6}+3=5+2\sqrt{6}\text{※}$$

より，$\sqrt{2}+\sqrt{3}$ は，次のように表すことができます。

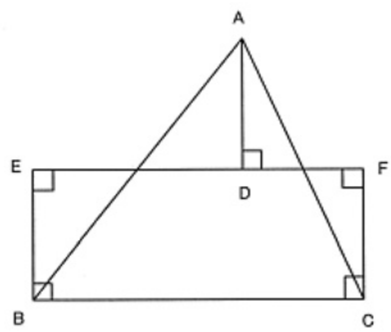
$$\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5+2\sqrt{6}}$$

（中3　p.11）

「こういうように変形したのと，もとのままのどちらが大きさが分かりやすいですか。$\sqrt{2}+\sqrt{3}$が分かりやすいですね。だから，上のような変形はしないで，もとのままにしておきましょうね。」とします。足せないのではありません。足すことはできます。1つの数のような格好にはできますが，大きさが把握しにくくなります。だから，大きさが分かるようにそのままの形でおいているだけで，足しているということが分かるようにしています。

中3　円と直線・・・方べきの定理

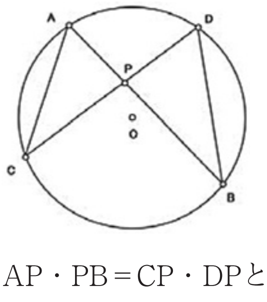
中点連結定理を使うと，三角形は長方形に直せます。



すべての三角形は，それと面積が等しい長方形に変形することができます。したがって，すべての多角形は，等積変形で三角形になおすことができ，さらに長方形に等積変形することができます。

（中2　p.111）

中学校3年生では，方べきの定理があります。2つの三角形が相似だから



（中3　p.125）

AP・PB＝CP・DPとなります。

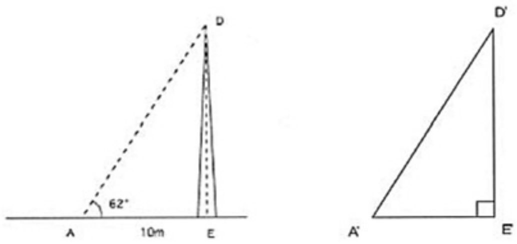
ここから何が出てくるでしょうか。すべての多角形は三角形に直せます。三角形は長方形に直せます。長方形は正方形に直せるから，すべての多角形は三角形に直せる，という

ことになります。そういうことがわかると，何が出てくるでしょうか。円と等積な正方形ができないか，という気持ちが起きます。これは，ギリシアの3大問題の1つです。

中3　三角比

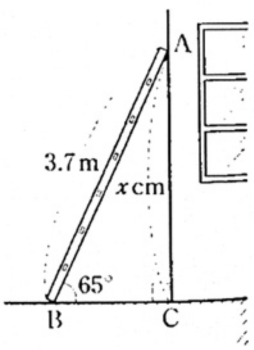
それから三角比です。

タンジェントは木の高さを測ります。角度が分かれば，縮図を書いて，木の高さが分かります。角度の比を知っていれば，同じ角度のものだったら，いつでも高さを測れます。これがタンジェントです。



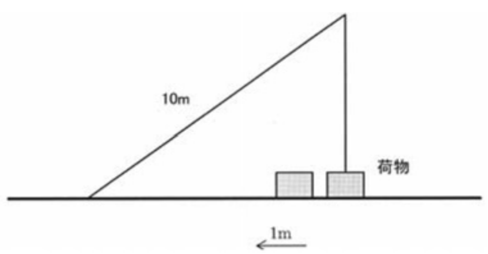
（中3　p.137）

サインは，壁にはしごをもたせかけます。地面から高さがどのくらいになるのか，壁からはしごまでの長さがどのくらいになるのか。角度とはしごの長さが決まれば，地面からの高さがどのくらいになるかわかります。



（中3　p.145）

コサインは，クレーンを使って学習します。このクレーンのアームの長さが分かっています。アームの角度に従って，クレーンから荷物までの距離が決まります。角度が分かると，クレーンの位置を知ることができます。



（中3　p.140）

このように，タンジェント，サイン，コサインを学習します。ですから，具体的に使う物として取り入れて，そのあと，どこまで三角比を学習するかですが，正弦定理と余弦定理が分かると三角形を解くことができるということも含めて，三角比を学習します。

中3　資料の整理

最後は資料の整理について話します。これも，コンピュータを使います。この中の1つに次のような問題があります。英語と国語の平均点が同じです。しかし英語の場合は広い範囲に得点が散らばっています。国語は平均点付近に多くいます。平均点から10点違ったら，英語のときはたいした差がないけれども，国語の場合は，だいぶできが悪いとか良いとかなる。そういうものを表すものとして，標準偏差があり，最後には，それを偏差値で表します。偏差値はいけないといわれますが，偏差値も入れています。平均点が同じでも，散らばりが分かったら，10点違ったらどうだろう。でも，それを数で表さなければ分からない，ということで，偏差値も入れるようにしました。今度の新しい学習指導要領の一番の問題は資料の整理ですが，1年生から，メディアンなどを入れてあります。そういうようなものをできるだけ入れてあります。

この実験教科書では，以上のようないろいろな試みをしてみました。その中にはおかしいこともあるでしょう。不十分なものもあるでしょう。けれども，ヒントは提供できていると思います。これを見ていただいて，皆さんにも挑戦してもらって，この教科書よりももっとおもしろい算数，もっとおもしろい数学をするような提案が出てくることを期待しています。この実験教科書を乗り越えてもらいたいと思います。僕も，これで満足しているわけではありません。

僕は，これが次の学習指導要領に反映されるといいなと思っていますが，ちょっとできそうにありません。その次というと20年になりますが，その頃には，変わってくれるかもしれません。できれば10年で変わって欲しい。そのためには，賛同者が欲しい。賛同者が増えて，こんな実践がありますと広めてくれるとうれしいです。この教科書をもとに，もっとおもしろいこと，役に立つことがたくさん出てくれるとうれしく思います。教大研のみなさまにもご協力いただけるとありがたいと思います。

＜文中の図・表等引用文献＞

『生かす算数』『生かす数学』,「生かす算数・数学シリーズ」編集会（代表　杉山吉茂）編
日本教材文化研究財団，2007

記録　　埼玉北　神田卓也

「生かす算数」「生かす数学」を見たい方は，日本教材文化研究財団に申し出てください。在庫があれば，教科書，あるいは，CD版がいただけると思います。資料は無料ですが，送料はご負担くださるようお願いします。

2. 研究事例

小学校　第2学年

大きな数

倉次麻衣

1. 本実践の意図

本実践では，問題を解決する過程で必要な知識を学んでいくことに重きを置き，大きな数を数える過程で100にまとめるよさや，十進法の仕組みを理解してほしいと考えた。また，1や10，100に対して千や1万がどれだけの大きさなのかを感得するためにも，印刷されたものや予めまとまっているものを数えるのではなく，実物を数える活動を取り入れた。教材として用いたのは毎日食べているお米である。身近な素材である上，1膳のお米の数を数えるためにはお米をどのように測るのか話し合うことで，かさの学習につながるアイディアを扱うことができる。また，グループで分担して数えることで，大きな数の計算も扱うことができる。

2.「大きな数」単元計画 （8時間）

1	**身の回りの大きな数**	第1学年で学習した100を振り返る。さらに，身の回りにある100より大きい数を探す。（髪の毛，葉っぱ，グランドの砂，お米 など）
2	**お米の計り方**	ここでは，いつも食べているごはんに着目し，ご飯茶碗1膳に何粒のお米が入っているのかを話題にする。その際，炊いたお米は数えられないので，生のお米をどのくらいの量数えればよいか考える。お米をどのように測っているのか，どのように炊いているのかなど，普段の生活と結びつけて話し合いをする。（計量カップ・升）
3	**数えてみよう（3）** **大きな数の計算1** **（3桁の計算）**	実際に，1合（180cc）のお米の数を数えてみる。20人で1合とし，班ごとに分担して自由に数える。数えていく中で，10ずつにまとめることから，100毎にまとめることの良さを感得し，活動を通して十進法を理解する。 **活動例①**
		前時に数えたお米の数を十，百，千のまとまりで捉え，十進位取り記数法を使って数字で表す。（千の位までの数の表し方） また，10，100，1000の大きさを実際にお米を使って知る。 **活動例②**
4	**大きな数の計算2** **（4桁の計算）**	2合分のお米の和差を求めてみる。位ごとの計算，2桁の計算の応用
5	**まとめ（2）**	これまでに学習した大きな数を数直線で表してみる。 （1メモリ10で，一人200まで作った数直線を学級でつなぎ合わせる） → およそ教室一周分くらい　数感覚を育てるのが目的
		大きな数の表し方，計算の習熟

3.活動例①　お米を数える活動を通して十進位取りのよさを感得する

第2次で普段お米をどのように測って炊いているのかを振り返り，また，昔の人にとってお米がお金と同じ役割をしていたことや升という道具を使って計っていたことを知った。

ここでは，実際に1合のお米の数を数えてみる活動を通し，10にまとめることから100へ，更には1000でまとめることのよさを知る。

数える前に予想してみよう

岐阜県のある地方では，昔の人は1升（1合の10倍）のお米の数を語呂合わせで覚えていた（ここではあえて教えない）という話題から，1合升を実際に見せて，数える前に自分達で予想してみるよう促す。

「300」「500」「700ぐらい」「1000はあると思う」「1200」…

100までの学習しかしていないためか，1000を超える予想は半数くらいであった。各自ノートに予想を記入し，次の活動へ。

1合のお米を数えてみよう

10班を2グループに分け，1グループにつき1合を数えることにした（計2合）。1合升でお米を測り，5つの皿にだいたい同じ数ずつ分けた。数え易いように黒画用紙だけ配り，あえて数え方にはふれずに班活動に移った。

①ノートのマスを使って並べる　②画用紙の上で10ずつまとめる

③引き出しの裏を利用して5ずつまとめる　④ ③同様10ずつまとめる　⑤ひたすら数える

5～6分で一旦作業を止め，数え方の工夫を話し合わせた。出てきたのは上の5通りであるが，ほとんどの班が1年生で朝顔の種を10ずつまとめて数えた経験から②や④の方法を用いていた。1粒ずつ数えていた班も，10ずつまとめる方法を見て納得し，全員④の方法で以降数えることになった。（ただし，③の方法で進めた1班だけは，紛らわしくなるので5ずつで進めていくことにした。）

マスが足りなくなった！

10分ほど作業を続けた頃，

「先生，引き出しのマスが満タンになりました！」「引き出しのマスに入り切りません！」「こっちも！」

10のまとまりが入り切らなくなった班が続出したため，再度作業を中断してどうすればよいか話し合わせた。

「引き出しをもう一つ使う。」　「引き出しを全部出したら邪魔だよ。」

「20ずつにしていく。」　「20ずつだとどこに足したかわからなくなるよ。」

「10ずつ袋に入れておく。」　「だったら，10を10こあつめて，100ずつにすればいい。」

いくつか意見が出た中で場所もとらずに分かり易いと賛成多数で，「100ずつ集めて袋に入れる」に決定。教師側で予め用意しておいた「百袋」（チャック付きクリアパック）を配って100のまとまりが出来たら入れていくようにした。

百袋を作る活動を通して「100ってこれだけ？！」「意外に少ないなぁ。」　など，100に対するイメージが子どもたちから出てきた。（さらに作業続行）

数えた結果…

作業が終わった班から，ノートに百がいくつ，十がいくつ，ばらがいくつになったかノートにメモをさせた。その後でシール付きマグネットを百袋に貼って，黒板に貼らせた。

全員が活動を終え，各班の結果を板書したところで再度予想をさせてみた。（黒板に貼られた百袋を見ながら）

「1万」　「5千5百」　「2万7千」

実際の活動を経て100の大きさを知り，ほとんどの児童が前時の予想より多く見積もっていた。

4.活動例②　数えたお米の総数を求める活動を通して大きな数の表し方を知る

お米を数える活動の後，本来の目的であった「1合のお米の数」が実際いくつであるか求めることにした。

10集まると1つ上の位に上がることや，大きな数を位ごとに表す方法を知る。また，10や100，1000，10000を実際に目で確認し，大きさを感得することがねらいである。

結果を求めよう

黒板に貼られたお米を眺めて，結局1合のお米の数はいくつだったのかたずねた。

「黒板の百袋が見にくいから，ちゃんと並べたほうがいい。」

「100も，（10のときと）同じように10集めて入れられる袋をつくって欲しい。」

「各班の結果を足し算すればいい。」

　そこで，まずは黒板に貼った百袋を数名の児童に並べ替えさせた。

　さらに，百袋を10集めて入れられる千袋を用意して，100が10集まると1000（千）になることを確認した。

　結果は，袋毎に数えて以下の通りとなった。

<u>1～5班（Aグループ）</u>

千が6つ　百が7つ　十が2つ　一（バラ）が4つで 6724粒

<u>6～10班（Bグループ）</u>

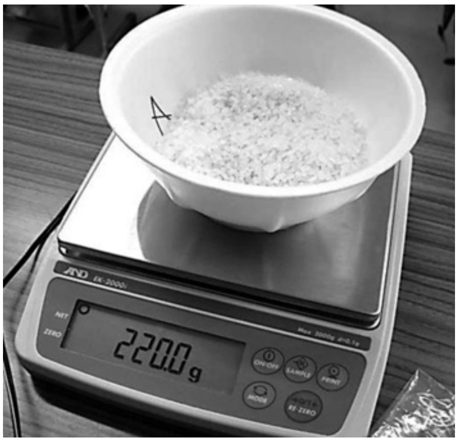
千が6つ　百が6つ　十が5つ　一（バラ）が4つで 6654粒

　この後，各班の結果を数字で表し，お米を数えた時と同じように位ごとに計算すれば，3桁の計算でもできることを全体で確認した。

　また，最初に触れたある地方では，昔の人が語呂合わせで覚えたという1升の米粒の数（実際は，1升の容積）が「64827（虫や鮒）」であったことを知らせたところ，今回の結果を10倍したものがおおよそ近い値になっていることに児童は驚いていた。各自家に持ち帰るため，300粒ずつ分けてこの活動は終了した。

意外に小さい100と予想以上に大きい10000

　1合の米粒の数から，普段食べている1膳のお米はおよそ3千～3千5百粒であること，これまで大きいと感じていた100が意外に小さい（少ない）ことなどを話題にしながら，10，100，1000をブロックで表してみた。すると，児童から「10000は？」の声が出たので，さらに1000を10こ提示しようとしたところ，黒板に入り切らなくなってしまった。10000の大きさに驚いたところで，



「10000粒のお米はどれくらいになるのか。」

と問いかけたところ，子ども達は口々に

「持って帰っちゃったし，また数えるのは大変！」

　そこで，理科で借りた電子秤を見せ，これが使えないかと提案した。

すぐに

「100粒だけはかればわかる。」の意見が出てきた。

「なぜ？」

「千は百を10こ集めた数だから，1万は，千を10こ集めればいい。」

「百の重さを10倍して，その重さをさらに10倍すれば1万になる。」

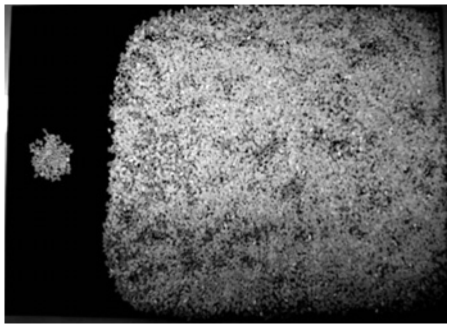
　重さの学習は第3学年であるが，生活場面ではなじみ深いものであるため，見せるだけ

にとどめて教師が計測を行った。その結果，100粒で2.2gであった。当然，小数も未習であるため詳しくはふれず電卓を使用した。

100粒 → 2.2g これを10回足すと（電卓使用） 22g

1000粒→ 22g　これを10回足すと 220g

つまり，1万粒は，220gであることがわかった。



そこで，再び電子秤で220gになるまでお米を入れていき，黒画用紙に広げてみた。（右図）

百と比べて1万の大きさを実感し，お米を使った授業は終了した。

これらの活動では，予め数え易くまとめられているものを数えるのとは違い，10ずつまとめたものを置く場所に困ったり，数が大きいだけに途中でわからなくなったりと，数えていく過程で大抵は処理に困る場面に直面する。どの場面で話し合いを挟むかは教師の判断であるが，それ以外は特に助言をしなくても自ずと1年生で学んだ「10でまとめる方法」をどう応用していくかという話し合いになった。また，実際に手を動かして数えることで，「百ってこれだけ？！」「10000ってすごいなぁ」など，100や1000，10000の大きさを相対的に捉えることもできたと考える。活動例として取り上げたのは2例だけであるが，これ以外にも「1膳」の捉え方を話し合う上で普遍単位の考え方に触れることができた。

第2学年ではここまでの扱いであるが，お米を炊く際の水の量や炊く前と後でのお米の比較など，お米について上の学年で教材として扱っていく可能性も今後探っていきたい。