は　し　が　き

新しい学習指導要領が，令和２年度の小学校から，順次全面実施を迎えることになった。算数科，数学科の新しい教育課程の基準においては，「育成すべき資質・能力」に関する「３つの柱」という観点から目標・内容が整理され，特に，教科の本質につながる「数学的な見方・考え方」の働きと数学における問題発見・解決の過程の諸相における資質・能力の育成とに焦点を当てた学習指導のあり方を検討することが必要になっている。

周知の通り，本研究の表題にある「主体的・対話的で深い学び」は，この新しい教育課程による学習指導のあり方を示す３つのキーワードを端的に示すものである。本研究は，学習指導要領の改訂期に，小・中・高等学校の算数・数学科において，これらの観点から目指すべき学習指導のあり方を，教科の特質に注目しつつ検討したものである。

折からの新型コロナウィルス感染症の全国的な感染拡大の状況は，全国の学校における長期の臨時休業を余儀なくし，その後も社会全体に未曾有の影響を与えている。政府が発出した緊急事態宣言は５月26日に解除されたものの，学校教育，そして社会全体を取り巻く状況は，先の見えない不確定な状況下にある。

発生からすでに10年近くが経過したもののいまだ多くの人々が苦しい状況に置かれたままの2011年の東日本大震災，そして近年国内各地で頻発する集中豪雨による被害等，人間の活動は自然に翻弄され続けている。その中で，今般の新型コロナウィルスの感染拡大への対応では，数理モデルに基づく感染者数の予測がテレビで連日報道され，統計データとそれに関する情報をどう受け止めるか，受け手の側の数理的な力量が問われる状況が続いている。社会全体が長期にわたり新型コロナウィルスとともに生きていかなければならない状況下で，数学教育の重要性に改めて強い想いを抱かざるを得ない。

このような中で，本研究は，算数・数学科において，新しい時代に対応できる資質・能力の育成のために，主体的・対話的で深い学びを実現するための教材の開発とその実践を行い，学習指導と評価のあり方を探ることを目的として行われた。児童・生徒が数学的活動を通して「数学的な見方・考え方」を働かせながら主体的・対話的で深い学びをいかに行うか，またそのために授業者は学習指導をいかに計画し実践するかについて研究する機会を与えていただいたことに感謝したい。

最後に，本研究を進めるにあたり，授業研究会を開催させていただいた「光輝学園つくば市立手代木中学校」の教職員と生徒の皆様に感謝申し上げます。また，公益財団法人日本教材文化研究財団より多大なるご支援を賜りました。特に，同財団の鍛治紀彦氏には研究会の運営をはじめ様々な面で大変お世話になりました。心より感謝申し上げます。

令和２年７月

研究者代表　清水　美憲

目　　次

1　研究の概要

主体的・対話的で深い学びを目指す算数・数学科学習指導の研究

１．研究の目的

算数・数学科の新しい学習指導要領では，教科目標として「数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える資質・能力を育成すること」が示され，各学年の目標には，育成を目指す資質・能力が３つの柱ごとに具体的に示された。この新学習指導要領は，教科目標と教科内容が，教科の本質につながる「数学的な見方・考え方」に基づいて整理され，児童の学びの過程が数学的活動のプロセスとして具体的に想定されていることを特徴としており，授業実践でのその具体化を求めている。

それゆえ，学習指導においては，児童・生徒が数学的活動を通して「数学的な見方・考え方」を働かせながら，主体的・対話的で深い学びをいかに進めるか，そのために授業者がどのように学習指導を設計・実施するかが実践上の検討課題である。また，特に，学びの「深さ」を教科の特質からどう捉えて具体化するかが重要である。

本研究は，算数・数学科において，新しい時代に対応できる資質・能力の育成のための主体的・対話的で深い学びを実現する教材を開発し，それらを用いた学習指導のあり方を探ることを目的としている。

２．研究の方法

本研究では，算数・数学科における主体的・対話的で深い学びのあり方を検討するに当たって，特に，教科の特質と教科固有の学習過程に焦点を当てることにした。そして，数学的活動のあり方とそこで働く「数学的な見方・考え方」に関わる概念の整理と理論的考察を進めるとともに，そのような数学的活動のための具体的な教材の開発とそれを用いた学習指導のあり方を探る実践的研究を，２年間の計画で展開することとした。

第１年次には，数学的活動のあり方とそこで働く「数学的な見方・考え方」の役割を整理して教材の開発を進め，第２年次には，以下の２つの事項を中心に研究を推進した。

（１）第１年次の教材に加え，新教材の開発を継続するとともに，日本の算数・数学科固有の特徴である問題解決型授業の展開について再考し，内容ベースから資質・能力ベースに変わる目標論に対応して，学習過程がどう変わるかを検討した。

（２）問題解決型の授業モデルを用いて，主体的・対話的で深い学びのための学習展開のあり方についてＩＣＴの活用を視野に入れて検討し，公立中学校での授業研究を通して，教材の要件や学習指導における教師の役割についての研究を進めた。

３．本年度の研究成果

本年度は，数学的活動のあり方とそこで働く「数学的な見方・考え方」の役割の整理，新教材の開発等に基づいて，学習指導の過程の具体的検討を行った。特に，内容ベースか

ら資質・能力ベースに変わる目標論に対応し，主体的・対話的で深い学びを実現するためにどのような学習展開が必要か，また教授・学習過程の構想や教師の役割がいかに変わるかを検討した。その結果，「働きつつ鍛えられていくもの」としての児童・生徒の「数学的な見方・考え方」の役割を学習過程において明確化すること，しかもそれは単一の授業を超えて，一つの単元内や複数の単元間，学年をまたぐ内容間の関連から顕在化しておくことが必須であると確認された。本年度は，この立場から教材の開発を進め，小中高の各学校段階の教材を開発し，学習指導の展開を構想した。

さらに，開発した教材に基づく実践研究として，三平方の定理の利用場面で生徒自らが思考を振り返り学びを深めることに重点を置く学習指導の計画を検討し，電子黒板を用い図形提示を中核とした授業研究を行った。この授業研究を通して，数学的な構造を背景とする深い学びのための教材の要件や教師の役割を検討し，生徒の問題解決過程に見られる数学的な理解の進化を促進するための教師の手立て，それぞれの生徒が持つ着想やアイディアを共有する場面の設定等，有効な手立てを明らかにした。

本年度は，つくば市立手代木中学校での授業研究会を含め研究会を４回開催し，内１回は東京近郊での合宿形式で会議をもち，議論を深めた。本研究で開発した教材，授業実践記録とその分析結果等の成果については，冊子体の研究報告書を刊行する。

４．研究の組織

氏　名	所　　属	分　　担
清水　美憲	筑波大学人間系教授	研究の統括（研究会の運営）
市川　　啓	宮城教育大学教育学部准教授	「数学的な見方・考え方」の理論的検討
舟橋　友香	奈良教育大学准教授	数学的に考える資質能力の理論的検討
平林　真伊	山形大学専任講師	数学的活動の理論的検討（渉外）
本田　千春	東京学芸大学附属国際中等教育学校教諭	教材開発及び授業モデルの開発
須藤　雄生	筑波大学附属駒場中・高等学校教諭	教材開発及び授業モデルの開発・ICTの活用
石綿健一郎	世田谷区立砧南小学校副校長	教材開発及び授業モデルの開発・ICTの活用
近藤　俊男	筑波大学附属中学校教諭	教材開発及び授業モデルの開発
堀口　知彦	埼玉県毛呂山町立毛呂山小学校主幹教諭	教材開発と授業モデルの検討
小野　洋輔	埼玉県飯能市立富士見小学校教諭	教材開発と授業モデルの検討・ICTの活用
杉山　達寛	練馬区立光和小学校教諭	教材開発と授業モデルの検討
平嶋　友輔	光輝学園つくば市立手代木中学校教諭	教材開発と授業モデルの開発
花園　隼人	宮城教育大学教育学部講師	海外の研究動向の検討（米国を中心に）

２　算数・数学科における「主体的・対話的で深い学び」のために

筑波大学人間系教授　清水　美憲

１．子どもの学習の質を検討するための３つの視点

平成29年３月（小・中学校）及び平成30年３月（高等学校）に公示された新学習指導要領において，算数・数学科では，新しい教科目標として，「数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える資質・能力を育成すること」が示され，各学年の目標には，育成を目指す資質・能力が３つの柱ごとに具体的に示された。この新しい学習指導要領で示された教育課程の基準の特徴は，教科目標と教科内容が，教科の本質につながる「数学的な見方・考え方」に基づいて整理されていることであり，児童の学びの過程が数学的活動のプロセスとして具体的に想定されていることである。

新学習指導要領の実施にあたり，児童・生徒のために，数学的活動を通して「数学的な見方・考え方」を働かせる質の高い学びを実現するために，授業者がどのように学習指導を計画し実施するかが実践上の課題である。この質の高い学びの実現について，新学習指導要領では「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善を進める際の指導上の配慮事項を総則に記載するとともに，各教科等の「指導計画の作成と内容の取扱い」で，単元や題材など内容や時間のまとまりを見通して，その中で育む資質・能力の育成に向けて「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善を進めることを求めている（文部科学省, 2017）。

一体として表現されている「主体的・対話的で深い学び」は，「主体的」，「対話的」，「深い」という３つの視点が一体となって学びの質を形容するものであろうが，授業の設計や実際を具体的に特徴付ける視点としては，３つの視点を分けて検討してみることにも意味がある。実際，これらの視点は，これまで行われてきた「各教科等における優れた授業改善等の取組に共通し，かつ普遍的な要素である」と総則では説明されている。したがって，算数・数学科の立場からは，これまでの我が国の授業，特に小学校や中学校の授業が目指してきた「よい授業」について，教科としての数学の特質がどのように反映されるか，特に，学びの「深さ」をどう捉えて具体化するかが重要である（清水, 2018）。

本稿では，算数・数学科において，新しい時代に対応できる資質・能力の育成のために，「主体的・対話的で深い学び」を実現するための教材の開発の視点，それらを用いた学習指導と評価のあり方を考えるための視点について検討することを目的とする。

２．教科の特質からみた「主体的・対話的で深い学び」の要件

冒頭に述べた通り，改訂学習指導要領では，各教科等の「第３指導計画の作成と内容の取扱い」において，単元や題材など内容や時間のまとまりを見通して，その中で育む資質・能力の育成に向けて，「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善を進めることを求めている。特に，これまでの学校教育の蓄積を生かし，学習の質を一層高める

授業改善の取組を活性化していくことが必要であり，我が国の優れた教育実践に見られる普遍的な視点としての 「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けて授業を改善するよう求めている。 この授業改善のために，以下のような留意点６点が指摘されているが，算数・数学科の学習指導の改善のためには，この各事項を，教科の特質や教科目標に引き付けて検討しておくことが欠かせない。

（１）これまでの授業実践の蓄積を否定する必要はないこと

第一は，児童生徒に求められる資質・能力を育成することを目指した授業改善の取組については，既に小・中学校を中心に多くの実践が積み重ねられていることである。特に，「義務教育段階はこれまで地道に取り組まれ蓄積されてきた実践を否定し，全く異なる指導方法を導入しなければならないと捉える必要はないこと」という注意である。

日本の算数・数学の授業は，問題解決型の展開を特徴として，海外からも高く評価されている（スティグラー ＆ J. ヒーバート, 2002）。従来から蓄積されてきた日本の授業改善の営みをさらに積み重ねてよりよいものを目指していくことを大事にしたい。その際，数学の価値に根ざした教材研究が鍵となることはいうまでもない。

（２）授業の方法や技術の改善のみを志向するものではないこと

第二は，指導方法や指導技術の定形化や形骸化に対する警鐘である。実際，「主体的・対話的で深い学び」の授業改善は，授業の方法や技術の改善のみを意図するものではない。各教科の特質や教科の目標から見て育成を目指すべき資質・能力があり，そのために「主体的な学び」，「対話的な学び」，「深い学び」の視点に立って授業改善を進めることが中核にある。

特に，算数・数学科の授業の場合，単に問題を解くだけではなく，問題解決の結果や過程を振り返って，得られた結果を捉え直したり，新たな問題を見いだしたりして，統合的・発展的に考察を進めることが大切である。さらに，数学的活動の過程では，粘り強くじっくり考える姿勢や，答えが出たら終わりではなく，解決過程を説明する姿勢を大事にしたい。すなわち，答えが得られたら振り返って確かめること，別の解き方を考えてみること，そしてできれば，より簡単な方法，わかりやすい方法を探してみること等を通して，問題自体の「からくり」を探ることも大事にしたい。このような算数・数学科の学習を通して，問題解決者としての資質に関わる姿勢を育てることも大切である。

（３）通常行われている学習活動の質の向上を目指すこと

総則によれば，「主体的・対話的で深い学び」の授業改善は，各教科等において通常行われている学習活動（言語活動，観察・実験，問題解決的な学習など）の質を向上させることを主眼とするものである。算数科では，前述のような問題解決型の授業展開のみならず，技能に習熟する場面でも学習指導を工夫する余地がある。

日々の学習活動を，児童・生徒が働かせる「数学的な見方・考え方」や，数学的活動の中でそれらを働かせる場面という観点から見直してみることが必要である。

（４）「主体的・対話的で深い学び」は単元を通して考える必要があること

「主体的・対話的で深い学び」は，毎回の授業で実現されるものではない。むしろ，単元や学習内容のまとまりの中で，「見方・考え方」が働いて学びが深まったかどうかが大切である。したがって，学習指導を計画するにあたっては，その単元や学習のまとまりで，どのような活動を仕組み，そこでどのような「見方・考え方」が働くかを検討しておくこ

とが大切である。
特に，数学の問題発見・解決の過程として示された数学的活動を，単元計画のなかでどう位置付けるか等，単元全体や学年間の学びのつながりを想定した教材研究が大切である。学習指導を計画するにあたっては，その単元で，その授業で，どのような数学的活動を仕組み，そこでどのような「数学的な見方・考え方」が働くかを検討しておくことが大切である。

（５）「見方・考え方」の働きへの着目

今回の改訂では，教科等の目標において各教科等における「見方・考え方」を具体的に明らかにして，それを授業改善に生かすという趣旨があり，教科等の意義が改めて問い直された。総則でも，「深い学び」については，習得・活用・探究という学びの過程の中で，各教科等の特質に応じた「見方・考え方」を働かせながら，知識を相互に関連付けてより深く理解したり，情報を精査して考えを形成したり，問題を見いだして解決策を考えたり，思いや考えを基に創造したりすることに向かうことが実現できているかという視点が大切であるとされている。
資質・能力論の立場から教科等の役割を考えると，子ども達が，「見方・考え方」を働かせ，創造的に学習を進めるように，また学習したことから新しい展望を得られるように，良好な学習環境を用意することが大切である。

（６）基礎的・基本的な知識及び技能の習得も視野に

総則では，「基礎的・基本的な知識及び技能の習得に課題がある場合には，その確実な習得を図ることを重視すること」との注意がある。子どもの学習成果の実態に合わせて，授業内容についてはいわゆる基礎的・基本的な知識及び技能と思考力・表現力等に関するもののバランスを取ることが大切であることはいうまでもない。

３．「主体的・対話的で深い学び」における数学的な見方・考え方の働き

（１）「数学的な見方・考え方」の働きと学びの「深さ」

本研究の主題である「主体的・対話的で深い学び」を目指す学習指導においては，算数・数学科の学習指導において，子どもの学びの「深さ」を考えるために，「数学的な見方・考え方」への着目が必要である。この点を，以下で検討しておくことにする。
もともと中央教育審議会の「答申」（2016）では，この「見方・考え方」への焦点化の意図が次のように述べられていた。

> 「学習指導要領においては，長年，見方や考え方といった用語が用いられてきているが，その内容については必ずしも具体的に説明されてはこなかった。今回の改訂においては，これまで述べたような観点から各教科等における「見方・考え方」とはどういったものかを改めて明らかにし，それを軸とした授業改善の取組を活性化しようとするものである。」（p. 34）

この各教科等における「見方・考え方」については，社会に開かれた教育課程の理念に基づいて，「各教科の担当以外の関係者にとっても分かりやすいもの」にすることが必要であるとされた。各教科等の学習を通して，どのような資質・能力を育成することができ

るか，そしてその際，教科の特質を反映したどのような見方・考え方が働くかを，わかりやすく示そうとしたのである。

数学的に考える資質・能力を子ども達が身につける上で重要な働きをするのが，「数学的な見方・考え方」である。中央教育審議会の「答申」では，「数学的な見方・考え方」が「事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え，論理的，統合的・発展的に考えること」と整理された。

算数・数学科の学習では，数学的な見方・考え方を働かせるなかで新しい知識や技能がよりよく習得され，習得した知識・技能を活用して探究することにより，それらが生きて働くものとなる。また，そのようにして「使えるようになっている」知識や技能を用いて，日常生活や数学の場面の複雑な事象をより深く考察したり，その過程や結果を数学的に表現したりできるようになる。さらに，数学的な見方・考え方を身につけて社会や世界に深く関わっていくことで数学のよさを知り，学びに向かう力や人間性も涵養される（清水，2016）。

数学的な見方・考え方の働きによって子ども達の理解が進むと，新しい展望が拓かれ，算数の内容を少し高い立場からみられるようになっていく。辺や角，対角線とそれらの関係等，図形を捉える観点が豊かになれば，一つの図形をいろいろな立場から多面的に考察することができる。例えば，正方形をひし形とみることができるようになるし，点対称な図形とみることもできるようになる。こうして，図形の「仲間」（集合）やそれらの関係もみえてきて，知識を体系的に整理しておこうという精神が発揮される。その根底にあるのは，考察の範囲を少しずつ広げて新しい知見を得る一方で，知識を全体として整合的にわかりやすく整理しておきたいといった数学の精神である。

このように，数学的な見方・考え方は，「資質・能力」の三つの柱の第二「思考力，判断力，表現力等」にのみ関わるものでなく，三つの柱の全てに働くものであると捉えることが大切であり，学習指導においても，この点に留意する必要があり，学びの「深さ」は，この「数学的な見方・考え方」の働きによってもたらされる。

算数・数学科の学習では，「数学的な見方・考え方」を働かせるなかで新しい知識や技能がよりよく習得され，習得した知識・技能を活用して探究することにより，それらが生きて働くものとなる。また，そのようにして「使えるようになっている」知識や技能を用いて，日常生活や算数の場面の複雑な事象をより深く考察したり，その過程や結果を数学的に表現したりできるようになる。さらに，「数学的な見方・考え方」を身につけて社会や世界に深く関わっていくことで数学のよさを知り，学びに向かう力や人間性も涵養される。このような一連の学習過程を通して，「数学的な見方・考え方」がさらに豊かで確かなものとなっていくのである。

（２）数学的な見方・考え方の働きからみた価値の明確化

数学的な見方・考え方の働きに着目して「資質・能力」の育成を目指す算数科の実践上の課題は，数学的な見方・考え方の働きとその成長を，各学年の具体的な教科内容と学年間の教科内容のつながりに即して検討し，授業改善の観点として指導計画に位置づけていくことである。その際，個々の教材に即して「数学的な見方・考え方」を分析し，例えば，数の構成・表現や計算の工夫，量の単位と測定の過程，図形の構成要素やそれらの関係，数量間の関係等に着目して事象を捉え，論理的，統合的・発展的に考えることを大切にし

ながら，数学的に価値ある問いを問う場面を吟味することが重要である。

この意味では，算数・数学科の新学習指導要領が求める授業は，これまでも大切にされてきた算数・数学科の陶冶的価値の実現を，数学的活動のプロセスで具体化し，子どもの数学的な見方・考え方とその成長に目を向けて，資質・能力の育成を目指すものである。

数学的に価値ある問いは，「数学らしい」とでも表現されるような規範に支えられている。例えば，より簡潔に表現できないか，もっと明瞭に伝えられないか，さらに的確に伝えるためにどんな工夫ができるか，発展の可能性の高い方法はどれだろうか，といった問いである。これらの問いの背後には，数学において「楽をする」（思考や労力を節約する）ことを通して思考や行為を改善し続ける姿勢がある。

算数・数学科の授業で育てたい資質・能力には，問題に取り組む姿勢，思考の習慣に関わるものがある。主体的・対話的で深い学びを目指す学習指導においては，学習指導の方法や指導の技術・手立てという面を超えて，このような姿勢や思考の習慣に関わる面への配慮も欠かせない。

４．おわりに

これまでにみてきたように，新しい教育課程では，「数学的な見方・考え方」を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える資質・能力を育成するために学習指導を展開することが求められる。そのような学習指導を具体的に構想するためには，数学的活動の様々な局面で，数学的な見方・考え方が働き，その過程を通して数学的に考える資質・能力の育成を図るという観点から，教材の価値を明らかにしておくことが欠かせない。

算数・数学科の授業で育てたい資質・能力は，問題に取り組む姿勢，思考の習慣に関わるものでもある。すなわち，粘り強くじっくり考える姿勢，答えが出たら終わりではなく，その「わけ」を大切にしようとする姿勢である。問題が解けたらさらにどんな新しい事実がわかるかと，発展的に考えようとする姿勢も大切である。このような姿勢と相まって，数学らしさの規範に支えられた価値ある問いを問う児童・生徒の姿がみられるような授業が求められる。

＜引用・参考文献＞

文部科学省（2017.6）『小学校学習指導要領解説 総則編』

文部科学省（2017）『小学校学習指導要領解説　算数編』. 日本文教出版.

中島健三（1981）『算数・数学教育と数学的な考え方―その進展のための考察』金子書房.

清水美憲（2016）「数学のよさに気づき，思考や行為を改善し続ける態度をはぐくむ」新算数教育研究会編『算数の本質に迫るアクティブ・ラーニング』東洋館出版社

清水美憲（2018）「主体的・対話的で深い学び」は行われていないのか―数学科授業の国際比較研究から浮かび上がる日本の授業の特質，『「主体的・対話的で深い学び」の学習指導の改善と充実』日本教材文化研究財団研究紀要No.47, 19-29

清水美憲（2019）「資質・能力」と数学的な見方・考え方との関係をどう捉えるか？　横浜市小学校算数教育研究会編『数学的に考える資質・能力を育成する算数の授業』東洋館出版社

中央教育審議会（2016.12.21）『幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の

学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）』
J. W. スティグラー ＆　J. ヒーバート著（湊　三郎訳）『日本の算数・数学教育に学べ－米国が注目するjugyou kenkyuu－』，教育出版，2002年

３　「深い学び」の鍵となる「数学的な見方・考え方」を働かせることに焦点をあてた授業づくりの視点

奈良教育大学准教授　舟橋　友香

１．はじめに

「主体的・対話的で深い学び」における「深い学び」とは何かについて，はじめに確認したい。平成29・30年改訂の学習指導要領に関わる教育課程部会等での審議では，「主体的・対話的で深い学び」について，表面的な活動に陥らないためにも「深まり」をいかに捉えるかが重要であるといった指摘があった。特に，「主体的な学び」や「対話的な学び」はその趣旨が教科共通で理解できる視点であるのに対し，「深い学び」の在り方は各教科等の特質に応じて示される必要があるとされた（文部科学省初等中等教育局教育課程課, 2019, p.３）。審議を経て，答申では以下のように整理されている。

> 習得・活用・探究という学びの過程の中で，各教科等の特質に応じた「見方・考え方」を働かせながら，知識を相互に関連付けてより深く理解したり，情報を精査して考えを形成したり，問題を見いだして解決策を考えたり，思いや考えを基に創造したりすることに向かう「深い学び」が実現できているか。（下線部による強調筆者，中央教育審議会, 2016, p.50）

下線部分にみるように，「深い学び」が実現するためには，各教科等の特質に応じた「見方・考え方」を働かせることが鍵となる。算数・数学科においては，「数学的な見方・考え方」であるが，この数学的な「見方・考え方」を働かせるとはどのようなことか，またいかに鍛えていくのか，本稿では具体例を通して検討する。その上で，学習指導を計画する際の視点について議論する。

２．「数学的な見方・考え方」を働かせるとは

平成29・30年改訂の学習指導要領では，「“どのような視点で物事を捉え，どのような考え方で思考していくのか”という，物事を捉える視点や考え方」（中央教育審議会, 2016，p.33）である「見方・考え方」は，各教科等における学びの過程の中で鍛えられていくものとしている。算数・数学科において，「数学的な見方・考え方」は，算数・数学の学習において「どのような視点で物事を捉え，どのような考え方で思考をしていくのかという，物事の特徴や本質を捉える視点や，思考の進め方や方向性を意味する」のであり，「事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え，根拠を基に筋道立てて考え，統合的・発展的に考えること」と整理された（文部科学省，2017，p.22）。これまで目標概念だった「数学的な考え方」を，算数・数学の学習の過程で実際に働くものであり，それ自体が成長していくものとして見方・考え方を位置づけている点が従来と大きく異なる。したがって，授業を設計する際には，本時の中で児童がどのような視点で物事の特徴を捉え，思考を進めていくことを期待するのか，それはそれまでの学びの中でどのように育ってきたものであり，その後どのように鍛えられていくことを期待するのか，一連の系列を

意識して捉えていく必要がある。この点について，具体的な内容をもとに確認したい。

（１）各領域において数学的な見方・考え方を鍛える

数学的な見方・考え方が学習を通して鍛えられていくことに配慮し，各領域でそれぞれの学年で働く数学的な見方・考え方について明らかにしておくことは大切である。数学的な見方・考え方のうち，特に，どのような視点で物事を捉えるのかといった「物事の特徴や本質を捉える視点」が，例えば，図形領域の中でどのように鍛えられていくかについてみていこう。小学校第６学年における対称な図形に関する学習では，一つの図形にみる対称性について，線対称，点対称の二つの観点から考察する。より具体的には，対応する点や辺の長さ，角の大きさの相等関係に着目し，対称性に関わる図形の性質を見いだしていくことになる。その際に働く「図形を構成する要素に着目し，図形の性質を見いだす」という数学的な見方・考え方は，各学年において，どのように鍛えられてきたものだろうか。

一つの図形において構成する要素に着目することに関わり，第２学年では「直角」「辺の数」，第３学年では「等しい長さ」，第４学年では「正方形，長方形の数」，第５学年では「辺の数や長さ」「底面や側面」に着目して，図形の性質を考察することをしてきている。また，一つの図形において構成する要素間の関係に着目することに関わり，第４学年では「直線どうしの位置関係」に着目して，図形の特徴付けをしてきている。これらの学習の中で鍛えられた数学的な見方・考え方を働かせ，第６学年では，一つの図形の中に対称軸を見いだし，それに対する両側の点，辺の位置関係等の要素に着目して，図形の性質を考察するのである。さらに，第５学年での合同，第６学年での拡大図・縮図では，二つの図形間の関係に着目して，図形の構成の仕方を考察する。これらの小学校での学びを通して育成された数学的な見方・考え方を働かせ，中学校第１学年では図形間の関係として対称性を考察することへとつながっていく。

中学校では，小学校で鍛えられた要素に着目すること，及び構成要素の関係に着目することに加えて，数学的な推論の過程にも着目できるようにしていく。例えば，多角形についての角の性質を見いだし，平行線の性質をもとにして考察する場面，三角形や平行四辺形の性質を合同条件をもとにして証明する場面，図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだす場面などが考えられる。

さらに高等学校では，図形の構成要素の関係に着目することに関しても，例えば三角比の学習では，鋭角について，正弦，余弦，及び正接を直角三角形の“辺の比”と“角の大きさ”との間の関係として導入することにみるように，対象となる図形の構成要素が複雑になっていく。加えて新たに定理と定理の関係に着目し，図形の性質について論理的に考察し表現していく。例えば，三平方の定理が余弦定理の特殊な場合であることを見いだすことなどがこれに該当する。

（２）領域を横断して数学的な見方・考え方を鍛える

上述の具体例は，数学的内容の系統性を踏まえた「図形」領域にみる数学的な見方・考え方の成長であるが，一方で領域を横断した数学的な見方・考え方の育ちに関する内容も意識的に捉えていく必要がある。例えば，図形を構成する要素やそれらの位置関係に着目して図形の性質を見いだした上で，既知の図形をその見方で統合的に捉え直すことを行う。

観点を決めて図形を分類し，それぞれの集合に共通な性質を見いだすのである。このように，観点を決めてその観点に該当するものの集まりを一つのもの（思考の対象）として考察する際に働く数学的な見方・考え方は，第５学年の「数と計算」領域において，観点を決めて整数全体を類別することを考える際にも生きてくる見方・考え方である。このような領域を横断して鍛えていく数学的な見方について，もう一つ，補集合に着目することに関連した具体例を挙げたい。

第４学年では，面積の学習の活用としてL字型の面積を求める場面がある。この内容に関連して，それまでにどのような見方・考え方が鍛えられてきたのか，またその後どのような場面で発揮されることが期待されるのかについて考えてみよう。第４学年の面積の学習は，量の比較や測定の経験を踏まえ，正方形や長方形といった図形の面積について，単位と測定の意味を理解し，面積の単位や図形を構成する要素に着目して面積が求められるようにすることを主なねらいとしている。奈良県内の学校において参観したある授業では，上述の学習を終え，L字型や凹字型などの長方形を組み合わせた図形の面積を求める方法について考える内容が扱われた。その際，L字型の面積を求めるための考え方として，L字型を２つの部分に分ける「分けたし法」，大きな正方形とみなして本来はない部分をひく「うめひき法」，同じものを２つ組み合わせて長方形にして考える「組みわり法」の３つが取り上げられた。その後，コの字型の面積を求める中で「分けたし法」「うめひき法」はいつでも使うことができ，コの字型の場合は「うめひき法」で考えると式の数が少なくてすむため効率的ということが確認された（**図１**）。

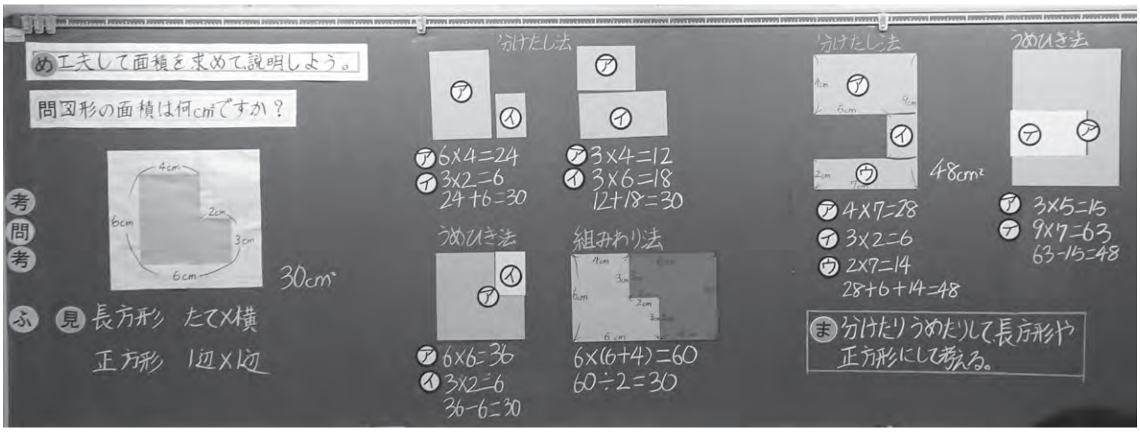


図１　奈良県内の公立小学校でのＬ字型の面積を求める授業における板書

「うめひき法」は，与えられたL字型を部分集合とみなし，全体集合と補集合を見いだして解決する方法である。このような補集合に着目することを活かして問題解決を行う場面には，どのようなものがあるだろうか。例えば，第３学年では，念頭で考える計算を「暗算」として用語を学ぶとともに，念頭で計算を考えることを通して数の感覚を磨いていく。例えば，「35＋26」を暗算する場面で，「30をたすと４たしすぎるから，35+30－4」とする児童もいるだろう。この考えでは，26を部分集合とみなして全体集合を30，補集合を４として解決に至っている。同様に，例えば「53－27」を暗算する場面でも，全体集合を30，補集合を３とみれば，たすこととと引くことの操作が反対になるが，補集合に着目して「多めに見積もって過剰分を操作する」方法と捉え同一視できる。

第４学年では，角の大きさを回転の大きさとして捉え，角の大きさの単位「度（°）」

を用いて角の大きさを測定することを学ぶ。その際，180°よりも大きな角を測定する場面で，補集合に着目することが活きてくる。

第６学年では，曲線で囲まれた図形の面積を工夫して測定することを扱う。例えば，**図２**に示すような図形の色のついた部分の面積を求める際には，補集合に着目すると効率よく面積を求めることができるだろう。

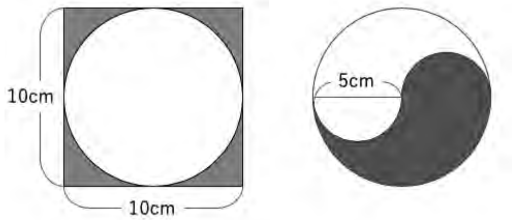


図２ 色のついた部分の面積を求める場面

中学校第１学年では，平面図形の対称性に着目しながら，角の二等分線，線分の垂直二等分線，垂線などの基本的な作図の方法を学習する。これらを活用する場面として，例えば75°の角を作図する場面が考えられる（藤井他, 2016, pp.163-164）。このとき，180°を全体集合，75°を補集合と捉えると，部分集合となる105°が作図できればよいことがわかる。この部分集合を45°と60°の２つに分割すれば，直角の二等分線を利用して45°，及び正三角形を利用して60°を作図することができる。これにより補集合となる75°の角を作図することができる。

中学校第２学年では，起こりうる場合の数を基にして確率を求めることを学習する。このとき，例えば，「大小２つのさいころを投げるとき，出た目の数の和が５にならない確率を求めなさい」のように，事柄Aの起こらない確率は，補集合に着目し，（Aの起こらない確率）＝１－（Aの起こる確率）で求めることができる。

高等学校の数学Ⅱでは，三次の乗法公式及び因数分解の公式を理解し，それらを用いて式の展開や因数分解をすることを学習する。例えば，a^3+b^3を因数分解することを考える際に，$(a+b)^3$を全体集合，a^3+b^3を部分集合とみなすと，全体集合から補集合を取り除いて部分集合を求めるといった補集合への着目を活かし，因数分解の公式を導くことができる。

以上のように，小学校から高等学校にかけて，学年や領域を横断して鍛えられる「物事を捉える視点」がある。こうした数学的な見方・考え方に関わる系譜を整理することで，内容の系列とは異なる教材への光のあて方が可能になるだろう。

３．深い学びの実現に向けた学習指導の構想

「深い学び」とは，「新たな知識・技能を身に付けてそれらを統合し，思考，態度が変容する」ことを指すことを先に確認した。数学に関わる思考や態度が変容することは，一朝一夕でもたらされるものではない。それゆえ，指導において変容を促す手立てが重要となる。以下では，その手立てについて，長期的な育ちを視野に入れて単元計画の作成をすること，数学の言葉を大切にすること，及び生徒の視点から授業を考えることの３点について論じていきたい。

（1）長期的な育ちを視野に入れた単元計画の作成

平成29・30年改訂の学習指導要領の総則では，各学校が創意工夫をして，全体として調和のとれた具体的な指導計画を作成することを「指導計画の作成等に当たっての配慮事項」において求めている。

> ア 各教科等の指導内容については，（1）のアを踏まえつつ，<u>単元や題材など内容や時間のまとまりを見通しながら，そのまとめ方や重点の置き方に適切な工夫を加え</u>，第3の1に示す主体的・対話的で深い学びの実現に向けた授業改善を通して資質・能力を育む効果的な指導ができるようにすること。（下線部による強調筆者，文部科学省，2017，p.346）

上の内容について記述された背景には，これまで授業改善の視点が，一単位時間当たりの授業改善という限られた範囲に集中しがちであったことが挙げられる。（文部科学省初等中等教育局教育課程課, 2017, p.３）すなわち，例えば，見通しを得られる機会を設けること，グループ活動やディスカッションなどの機会を設けること，多様な考えを統合していく場面を設けること，得られた知見をもとにさらに発展的に考える機会を設けることといった様々な要素を，すべて一単位時間の授業で満たすことは困難だろうし，そもそも，そのようにすることは必ずしも適切とも言えない。それよりも重要なことは，一回一回の授業の中であらゆる要素を漏れなく取り入れることではなく，長期的な指導計画のもとで，こうした要素を適切かつ効果的に配置していくことである。

平成29・30年改訂の学習指導要領では，学年段階間のつながりを踏まえた教育課程の編成を行っている。例えば，小学校算数科については，「児童の発達の段階を踏まえつつ，幼稚園と小学校との学びの連続という視点，及び小学校算数科と中学校数学科における教育課程の接続という視点から，第１学年，第２・３学年，第４・５学年，第６学年の４つの段階を設定し，それぞれの学年までに育成を目指す資質・能力と働かせる数学的な見方・考え方を明示した内容構成とした」（文部科学省，2017，p.33）とある。このように，学年段階間のつながりを示しつつ子どもの育ちを捉えようとしている点は，過去の学習指導要領には見られない新しい点である。特に重要なことは，小学校段階だけにとどまらず，幼児期からの学びの連続，また小学校算数科と中学校数学科の接続を意識していることである。

これまでも，授業を構想するにあたっては，学習する数学的内容に関わる系統性を捉えて単元計画が組まれてきた。新しい算数科授業の具体化にあたっては，これらの内容に加えて，どのような視点で物事を捉えて，どのような考え方で思考していくのかという，学年段階間の数学的な見方・考え方の成長を捉えていくことが求められる。その際，前にも述べたように，数学的内容の系統性を踏まえた各領域にみる数学的な見方・考え方の成長とともに，領域を横断して育まれる数学的な見方・考え方についても見落とさずに位置付けていくことが重要である。長期的な育ちという観点から数学的内容の系統性を捉えること，また資質・能力の高まりを捉えることを通して，単元の中でそれぞれの授業がどのような数学的な資質・能力の成長に大きく関係しているのか，各授業の位置づけを明確にすることが大切である。

（２）数学の言葉を大切にすること

我々の思考がいかに言葉によって成り立っているかを考えるにあたって，言語社会学者の鈴木（1973）が「ことばがものをあらしめる」（鈴木, 1973, p.30）という唯名論的な立場から言語というものの仕組みを論じていることに注目したい。鈴木は，「世界の断片を，私たちが，ものとか性質として認識できるのは，ことばによってであり，ことばがなければ，犬も猫も区別できない筈だ」（p. 31）という。それゆえ，「ことばは，私たちが素材としての世界を整理して把握する時に，どの部分，どの性質に認識の焦点を置くべきかを決定するしかけに他ならない」（p. 31）としている。例として，鈴木は「机」の定義を考えることを挙げている。机と我々が呼ぶものの素材を考えると，木のものもあれば石のもの，鉄やガラスなど様々なものがある。脚の数も１本のものもあれば，複数あるもの，壁にはめ込まれて造りつけになっているものもある。形やその高さも様々である。このように考えると，机というものは目の前に存在するものに対する「利用目的」や「人間との相対的位置」が重要であり，「素材として，人間の外側に存在するものの持つ多くの性質は，机ということばで表されるものを決定する要因にはなっていない」（p. 33）ことがわかる。我々がそこに机というものがあるように思うのは，机ということばの力によるのだ。このように，「混沌とした，連続的で切れ目もない素材の世界に，人間の見地から，人間にとって有意義と思われる仕方で，虚構の分節を与え，そして分類する働きを担っている」のがことばであるという（pp. 33-34）。

鈴木のいう「ことばがものをあらしめる」とは数学ではどのようなことだろうか。ある言葉によって決定される「認識の焦点」，これにより与えられる「虚構の分節」，それらがどのような観点から「人間にとって有意義と思われる」のかについて具体的にみていきたい。以下に，３つの空でない集合を挙げよう。

集合Ａ：実数の全体からなる集合で，通常の加法を算法とするもの

集合Ｂ：整数１，２，３，４，５，６からなる集合で，「７を法とする」乗法を算法とするもの

集合Ｃ：ユークリッド平面の運動の全体（回転と平行移動）からなる集合で，変換の合成を算法とするもの

これら３つの集合は，集合の要素も算法も異なり，まったく異なった「素材」といえるだろう。しかし，ここに「群」という言葉を与えてみるとどうだろうか。集合の要素間に一意的な算法が成り立ち，その算法について閉じていること，その算法に対して結合法則が成り立つこと，算法には単位元が存在すること，算法には逆元が存在することといった群の公理という「認識の焦点」が決定され，共通の条件を満たす代数系としての「虚構の分節」が浮かび上がる。このようにみることは，対象とその間に成り立つ演算という構造だけを抜き出して考えることができ，様々な対象を一段高い視点から捉えられるという「人間にとって有意義と思われる仕方」に支えられている。

このように，自然言語と同様に，数学においても言葉が人間にとって有意義と思われる仕方で分節を与え，分類することを可能にするといえる。これまでにも平成20年の答申において「学習活動の基盤となるものは，数式などを含む広い意味での言語」（中央教育審議会，2008, p.25）と数式を言語として捉える立場が明確にされたり，統語論の観点から数学の言語性が論じられたりしてきたが（科学技術振興機構，2008; 浪川, 2013, 2014），

言葉によってものや性質を認識するという観点からも，数学言語と自然言語の共通点を見いだだすことができるだろう。ただし，数学言語が自然言語と大きく異なる点として，「感情的情緒的部分を徹底的にそぎ落とし，本質的客観的内容を表現するように努めている」（浪川，2013, p. 61）ことが挙げられる。そして，この抽象化によって得られた概念は，普遍性という美しさや，上述の例にみるように，一見異なってみえるものに潜んだ関係性を我々が見いだすことを可能にする威力をもっている。

それゆえ，特に数学の言葉を意識させることを大事に授業を展開することで，数学の概念を表す用語や式によって決定される「認識の焦点」，これにより与えられる「虚構の分節」が浮かび上がり，数学に関わる思考や態度が変容することにつなげられるだろう。

（３）児童・生徒の視点から授業を考えること

深い学びを実現するためには，深い学びをすることが期待されている児童・生徒の視点から授業を考えることが必要と考えるが，そのための手がかりを与えてくれるのがイギリスの文化人類学者のティム・インゴルドの『ラインズ―線の文化史』である。インゴルドは，歩くこと，織ること，歌うこと，書くことなど様々なテーマに共通している特徴を「ラインに沿って進行する」運動であると捉え，複数の学問領域の横断を試みながら「生きること」や「つくること」の根源的な意味を問うている。その中に，徒歩旅行と航海，あるいは徒歩旅行と輸送の例が度々持ち出される。例えば，以下のように徒歩旅行と航海の違いが述べられている。

> 踏み跡の追跡や徒歩旅行と，あらかじめ地図が与えられた航海との区別は決定的に重要である。航海士は地図という領域の完全な表示を眼の前に持っていて，出発前に辿るべきコースを設定することができる。したがって旅はその筋書きをなぞるものに過ぎない。それと対照的に，徒歩旅行では，以前に通ったことのある道を誰かと一緒に，あるいは誰かの足跡を追って辿り，進みにつれてその行程を組み立て直す。この場合，旅行者は目的地に到着した時に初めて自分の経路を把握したと言える。（インゴルド，2014, pp.39-40）

インゴルドの徒歩旅行と航海の違いは，授業をつくる上で持つべき２つの視点を提供してくれる。１つは，教師は航海士のように算数・数学の学習に関わる内容の配列をあらかじめ把握し，どの地点から出発してどこへ向かうのか，辿るべきコースを設定する役割を担うということである。しかしもう一方で，その歩みを進める児童・生徒は徒歩旅行をしている者であることを忘れてはならないということである。インゴルドは徒歩旅行を，最終目的地が決まっておらず，歩みを進めるその度に世界を知覚し，それと親密に関わり合いながら通り抜ける運動であるという。算数・数学の授業に置き換えて考える際に，児童・生徒という徒歩旅行者は，「目的地に到着した時に初めて自分の経路を把握」するという指摘は重要である。そして，彼らが出会った数学と関わり，その景色に心を動かされ，さらなる歩みを進める力としたり，ときに自身の歩みを振り返ってその軌跡の意味を噛みしめたりしながらラインを描き続けることを期待したい。

ここで２つの視点が重要であると述べた理由は，前者の視点だけでは危惧される状況があるからである。それは，航海あるいは輸送は，出発地点と到着地点という点を「生活の

道に沿って成長するのではなく，ある位置から別の位置へ横断して人や物資をその基本的性質が変化することのないように運搬すること」（p.127, 傍点は原著による）を目的としていることに関わる。算数・数学の授業に置き換えて考えると，教師が意図した内容の点と点を直線でつなぐことが優先されれば，教師の意図から逸れた生徒の考えや思いはノイズとしてのみ認識されてしまうだろう。主体的・対話的で深い学びを実現するためには，いかに児童・生徒という徒歩旅行者の視点に立って授業を構想することや，実際の中で構成することができるかが重要なのである。

何かを意味づけるためには，その前提として，考えていることの対象が自分のことになっている必要がある。算数・数学科の授業でいえば，授業の中で「今日の問題」として提示されるような学習問題は，教師からの情報提示がなされている段階では，受動的であり自分ごとではない。しかし，優れた授業では，どこかの段階で，自分ごとに切り替わる瞬間がある。自分にとって解決すべき問題となる瞬間である。ポリア（1964）は，問題とは何か，次のように述べている。

> 「一般に，欲求（desire）は問題に導くこともあるし導かないこともある。その欲求が生ずると同時に，その要求物を手に入れることができそうな，何か明白な方策が，直ちに，苦もなく，思い浮かんだならば，何も問題はない。しかし，もしそういう方策が何も思い浮かばないならば，問題がある。したがって，問題を持つ（to have a problem）ということは，はっきりと考えられてはいるが，すぐには達成できない目的を達成する適切な方策を，意識的に探求することである。…（中略）…何の困難（difficulty）もないところには何の問題もない」（p.127）

ポリアの言葉をかりると，なんとかしたいという欲求が明確にあるが，すぐには達成できない困難があるときに，それはその人にとっての「問題」となり得るのである。多くの場合，授業の冒頭で教師によって提示された「今日の問題」が，そのまま子どもにとっての真の「問題」となることはないだろう。授業を構成する際には，子どもにとっての自分ごととなる瞬間をいかに仕組むか，「まとめ」として強調する事柄と連動して精査する必要がある。

＜引用・参考文献＞

インゴルド・ティム　(2014)　『ラインズ－線の文化史』工藤晋訳, 左右社.

科学技術振興機構　(2008)　『21 世紀の科学技術リテラシー像～豊かに生きるための智～プロジェクト数理科学専門部会報告書』, 科学の智プロジェクト.

鈴木孝夫　(1973)　『ことばと文化』, 岩波新書.

中央教育審議会　(2016)　「幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）」文部科学省，https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/__icsFiles/afieldfile/2017/01/10/1380902_0.pdf, （参照 2020.6.5）

浪川幸彦　(2013)　「数学という言語」, 『数学セミナー』, 52（12）, 58-62.

浪川幸彦　(2014)　「数学の言語性（承前）」, 『数学セミナー』, 53（2）, 60-63.

藤井斉亮/俣野博他　(2016)　『新編　新しい数学1』，東京書籍.

文部科学省 (2017) 『小学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説　算数編』, 日本文教出版 .

文部科学省初等中等教育局教育課程課（2017）「主体的・対話的で深い学びの視点からの授業改善について」，『初等教育資料』，No.960, pp.2-7.
文部科学省初等中等教育局教育課程課（2019）「『見方・考え方』とは何か－『見方・考え方』を働かせて資質・能力を育成する授業の実現に向けて－」，『初等教育資料』, No.984, pp.2-5.

４　算数科授業における「数学的な見方・考え方」の働きと教師の役割

宮城教育大学准教授　市川　啓

１．はじめに

平成29年に小学校学習指導要領と中学校学習指導要領，平成30年に高等学校学習指導要領の改訂が行われた。今回の改訂では，子ども達が未来社会を切り拓くための資質・能力を一層確実に育成することが目指され，これまで大切にされてきた「生きる力」がより具体化され，教育課程全体を通して育成を目指す資質・能力は，ア「何を理解しているか，何ができるか（生きて働く「知識・技能」の習得）」，イ「理解していること・できることをどう使うか（未知の状況にも対応できる「思考力・判断力・表現力等」の育成）」，ウ「どのように社会・世界と関わり，よりよい人生を送るか（学びを人生や社会に生かそうとする「学びに向かう力・人間性等」の涵養）」の三つの柱に整理された。

また，学習の質を一層高める授業改善が目指され，我が国の優れた教育実践に見られる普遍的な視点である「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善（アクティブ・ラーニングの視点に立った授業改善）を推進することが求められている。

このような理念のもと小学校算数科，中学校数学科，高等学校数学科の教科の目標が示された。その書き出しはいずれも，「数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。」と一貫したものになった。

本稿では，今回改訂された学習指導要領の教科の目標の冒頭にあたる「数学的な見方・考え方」に焦点を当て，『次期学習指導要領に向けたこれまでの審議のまとめ』（中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会，2016）や学習指導要領解説に基づき，その検討を試みたい。それを踏まえ，見方・考え方を働かせる授業における教師の役割について考えたい。

２．「見方・考え方」の基礎的考察

（１）各教科を特徴付ける「見方・考え方」

今回改訂された小学校学習指導要領では，すべての教科ごとに「見方・考え方」が示されている。例えば国語科では「言葉による見方・考え方」，社会科では「社会的な見方・考え方」，算数では「数学的な見方・考え方」，理科では「理科の見方・考え方」が示されている。

各教科の「見方・考え方」を働かせることに関して，小学校学習指導要領の各教科の解説によれば，国語科の「言葉による見方　・　考え方」を働かせるとは，「児童が学習の中で，対象と言葉，言葉と言葉との関係を，言葉の意味，働き，使い方等に着目して捉えたり問い直したりして，言葉への自覚を高めること」，社会科の「社会的な見方・考え方」を働かせるとは，「社会的事象の意味や意義，特色や相互の関連を考察したり，社会に見

られる課題を把握して，その解決に向けて構想したりする際の「視点や方法（考え方）」を用いて課題を追究したり解決したりする学び方を表すとともに，これを用いることにより児童生徒の「社会的な見方・考え方」が鍛えられていくこと」，理科の「理科の見方・考え方」を働かせることに関しては，「理科を構成する領域ごとの特徴から整理を行い見方についての主たる視点を挙げ，「考え方」については，これまで理科で育成を目指してきた問題解決の能力を基に整理を行い，児童が問題解決の過程の中で用いる，比較，関係付け，条件制御，多面的に考えること」などを挙げている。

これら各教科の「見方・考え方」は，「どのような視点で物事を捉え，どのような考え方で思考していくのか」というその教科等ならではの物事を捉える視点や考え方である。

この「見方・考え方」は各教科を学ぶ本質的な意義の中核をなすものであるとし，教科等と社会をつなぐものであることから，児童生徒が学習や人生において「見方・考え方」を自在に働かせることができるようにすることにこそ，教師の専門性が発揮されることが求められるとされている。

（２）「数学的な見方・考え方」

「数学的な見方・考え方」という言葉を聞くと，これまでの学習指導要領において「数学的な考え方」が教科の目標に位置付けられたことや，思考・判断・表現の評価の観点名として用いられたりしてきたことが思い浮かぶ。

しかしながら今回の改訂では，目標において，児童が各教科等の特質に応じた，物事を捉える視点や考え方（見方・考え方）を働かせながら，目標に示す資質・能力の育成を目指すことを示している。

今回の改訂ではこれまでは必ずしも具体的に説明されてきたとは限らない「見方・考え方」を明らかにすることが試みられ，『次期学習指導要領に向けたこれまでの審議のまとめ』（中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会，2016）において，「数学的な見方・考え方」のうち，「数学的な見方」については，事象を数量や図形及びそれらの関係についての概念等に着目してその特徴や本質を捉えることであると整理され，「数学的な考え方」については，目的に応じて数・式，図，表，グラフ等を活用し，論理的に考え，問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識・技能等を関連付けながら統合的・発展的に考えることであると整理された。これらのことから，「数学的な見方・考え方」は，「事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え，論理的，統合的・発展的に考えること」として示された。

このことを踏まえ，算数科，数学科の学習における「数学的な見方・考え方」は，小学校学習指導要領解説算数編，中学校学習指導要領解説数学編において下のように示されている。

＜算数科における「数学的な見方・考え方」＞ 　事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え，根拠を基に筋道を立てて考え，統合的・発展的に考えること。

＜中学校数学科における「数学的な見方・考え方」＞
事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え，論理的，統合的・発展的に考えること。

また，高等学校学習指導要領解説（数学編）によれば，高等学校数学科における「数学的な見方・考え方」は下のように捉えられている。

＜高等学校数学科における「数学的な見方・考え方」＞
事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え，論理的，統合的・発展的・体系的に考えること。

３つの校種を見比べれば明らかなように，学習段階が進むごとに，働かせる「数学的な見方・考え方」はより豊かなものになっている。

（3）資質・能力の３つの柱すべてに働く「数学的な見方・考え方」

「数学的な見方・考え方」を働かせることと，「生きて働く知識・技能の習得」，「未知の状況にも対応できる思考力・判断力・表現力の育成」，「学びに向かう力・人間性の涵養」とは，どのように関わっているのだろうか。

小学校学習指導要領解説算数編には，「見方・考え方」が資質・能力にどのように関わっているのかについて次のように述べられている。「算数科の学習においては，「数学的な見方・考え方」を働かせながら，知識及び技能を習得したり，習得した知識及び技能を活用して探究したりすることにより，生きて働く知識となり，技能の習熟・熟達にもつながるとともに，より広い領域や複雑な事象について思考・判断・表現できる力が育成される。また，算数科において育成を目指す「学びに向かう力，人間性等」についても，「数学的な見方・考え方」を通して社会や世界にどのように関わっていくかが大きく作用している。」

つまり，「数学的な見方・考え方」は資質・能力の三つの柱である「知識及び技能」，「思考力，判断力，表現力等」，「学びに向かう力，人間性等」の全てに働くものである。

（4）深い学びと，「見方・考え方」

『次期学習指導要領に向けたこれまでの審議のまとめ』（中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会，2016）には，「算数科・数学科では，数学に関わる事象や，日常生活や社会に関わる事象について，「数学的な見方・考え方」を働かせ，数学的活動を通して，新しい概念を形成したり，よりよい方法を見いだしたりするなど，新たな知識・技能を身に付けてそれらを統合し，思考，態度が変容する「深い学び」を実現することが求められる」と述べられている。

このような，深い学びを通して，資質・能力の習得，育成，涵養を図ることが最終的なねらいである。「見方・考え方」を働かせることが深い学びの実現の鍵であるから，資質能力の習得・育成・涵養の鍵は「見方・考え方」の働かせ方にある。

（５）「数学的な見方・考え方」の成長

「見方・考え方」を働かせ，深い学びを実現することで，資質・能力の習得，育成，涵養を図ろうとしていることを見てきた。具体的には，「見方・考え方」を働かせ，新しい知識・技能を既に持っている知識・技能と結びつけながら深く理解し，社会の中で生きて働くものとして習得したり，思考力・判断力・表現力を豊かなものとしたり，社会や世界にどのように関わるかの視座を形成したりすると「審議のまとめ」に述べられている。

同じく「審議のまとめ」には，「見方・考え方」と，資質・能力の関係について，次のようにまとめられている。「「見方・考え方」を支えているのは，各教科等の学習において習得した概念（知識）や考え方である。知識が豊かになれば見方も確かなものになり，思考力や人間性が深まれば考え方も豊かになる。いわば，資質・能力が，学習や生活の場面で道具として活用されているのが「見方・考え方」であり，資質・能力を，具体的な課題について考えたり探究したりする際に必要な手段として捉えたものであると言えよう。」

このことから，「見方・考え方」と「資質・能力」は，相補の関係にあると言えよう。

３．算数科の授業における「見方・考え方」を働かせることと教師の役割

算数の授業における問題解決で，学習者がただなんとなく漫然と結論を考えていることはないだろうか。各個人が思いついた解決を，教師が順序よく発表させ，練り上がった感じに見せているだけのことはないだろうか。

第３学年の２位数×１位数の導入を例に考えてみよう。縦に12個，横４列のアレイ図を提示し，「12×４の答えの出し方を考えよう」という問題場面を提示したとする。そのときAさんは「12＋12＋12＋12＝48」，Bさんは「12×４をを９×４と４×３に分け，36＋12＝48」，Cさんは「12×４を10×４と２×４に分け，40＋8＝48」と結論づけたとする。Aさん，Bさん，Cさんの順に発表したところで，AさんにとってはどのようにしてCさんが解決を思いついたかは，わからないであろう。

発展的に考えるということについて，数学的な教材研究のレベルで発展的ということが考えられるが，もう一方では子ども達ができるところからはじめて発展的に考えていくということも考えておきたい。

学級内でAさんの解決方法しか自力解決で出されなかったときでも，子どもと一緒に考えてCさんのような方法をつくり出す授業でありたい。そのために，できたことを振り返ることが必要である。12＋12＋12＋12を筆算で書いてみようと促す。筆算は十進位取り記数法の原理に基づいて作られている。一の位の計算は２＋２＋２＋２＝８であるが，もう少し工夫してできないかを問えば２×４＝８が出てくるであろう。続いて十の位については，１＋１＋１＋１であるが，この１は何が１あることか尋ねれば10が１あることだと気づくであろう。とすれば，１＋１＋１＋１は実際10がいくつあるかを求めているわけで，意味通りに書けば10＋10＋10＋10であり，これを一の位と同様かけ算の式で書けば10×４となる。これは，Cさんの解決12を10と２に分け，10×４と２×４の和として求めた方法に他ならない。学級内にAさんの解決をした子どもがいたとしても，AさんとCさんの解決を上のように繋げることで，CさんにとってもAさんにとっても深い学びが実現する。

清水（2018）は，見方・考え方を働かせる学習指導に関わって次のように述べている。

「「数学的な見方・考え方」は，学習のプロセスに着目しないと顕在化してこないので，問題解決の過程で現れる考え方や着眼点に焦点を当てる話し合いのあり方や板書の仕方を工夫しなければならないであろう。子ども達が問題解決の方法を模索する中で，いずれ数学的に価値ある問いを問えるようになっていくために，授業者が配慮すべき事が，授業の様々な局面で見られるはずである。

授業では，単に問題を解決するのみならず，問題解決の結果や過程を振り返って，得られた結果を捉え直したり，新たな問題を見いだしたりして，統合的・発展的に考察を進めていくことが大切である。そして，この活動の様々な局面で働く数学的な見方・考え方に光を当てて，学習内容とともに学習の過程における教訓をまとめておくことも大切である」

と。

教師は，解決の過程に光をあて，見方・考え方が顕在化するための手立てを考えなければならない。そのとき一つの方法になり得るのが，教師が問うべき問いを問うてみせることである。篠原（1933）は，教師の発問について「問について言へば，生徒の思考進行の現状に即しながら，しかも一歩前進せる問により其の発展を促さねばならぬ。（略）身を生徒の地位に置き，生徒の問ふべき―べきであるから，従って，生徒自身には直ちに問ひ得ない―を自らの問とするにある」と述べ「教師の問に倣ふことによってはじめて，生徒は正しく問い得るに至る」と主張している。清水（前掲書）が述べるように，いつか子どもが数学らしく問えるようになることを期待し，教師が問うことによって「見方・考え方」を顕在化させることも大切であろう。

市川（1997）は，解決に用いた方法が，一見すると文脈の異なる場面においては簡単に転移しないことを述べた上で，問題解決プロセスの最後における重要な「推論」として，「なぜはじめはうまく解けなかったのかを考えて，一般的な教訓として引き出す」ということを強調している。学習の過程における教訓をまとめるとき，このことに留意したい。

４．おわりに

本稿では，新しい学習指導要領に示された「見方・考え方」について，学習指導要領解説や中央教育審議会による審議のまとめをもとに，検討した。そのことを踏まえ，「見方・考え方」を働かせるための教師の役割について考察した。

教師の重要な役割として，解決の過程に着目し，見方・考え方を顕在化させること，解決における教訓を取り出しまとめておくことを指摘した。ただ，これらの前提として，「授業こそが考える模範であり子どもにまねてほしい思考の姿」という杉山（1977）の言を深く胸に刻み，教師自身がよりよく数学する人になるよう努めることが肝要である。

＜引用・参考文献＞

中央教育審議会初等中等教育文科会教育課程部会（2016），次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめ，（2020年６月９日最終閲覧）https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/004/gaiyou/1377051.htm

文部科学省（2018a），小学校学習指導要領解説　算数編，日本文教出版

文部科学省（2018b），中学校学習指導要領解説　数学編，日本文教出版

文部科学省（2019），高等学校学習指導要領解説　数学編　理数編，学校図書
清水美憲（2018），算数授業研究vol.115，東洋館出版社
篠原助一（1933），「「問」の本質と教育的意義」，『教育学研究』第２巻７号
市川伸一（1997），考えることの科学，中公新書
杉山吉茂（1977），「「考える」能力や態度を伸ばす指導」，考えることの教育，第一法規

５　主体的・対話的で深い学びにつながる学習指導のための算数科教材の開発と授業実践

練馬区立光和小学校教諭　杉山　達寛

１．はじめに

「学ぶことに興味や関心を持ち，自己のキャリア形成の方向性と関連付けながら，見通しを持って粘り強く取り組み，自己の学習活動を振り返って次につなげる。」

この一文は，「主体的・対話的で深い学びの実現（「アクティブ・ラーニング」の視点からの授業改善）について」（イメージ）に示されている「主体的な学び」の説明である。小学校教員としては，こういう表現を見るとどうしても悩んでしまう。小学生が，学ぶということに実際に興味や関心を持つのだろうか，自己のキャリア形成の方向性を意識しながら学習に取り組めるだろうか，そもそも学習に粘り強く取り組めるだろうか，自己の学習活動を振り返って考えることができるだろうか，といった具合である。そして，このような「主体的な学び」を小学生が実現するのは難しいと考えてしまう。

本稿では，小学校算数科において，このような「主体的な学び」を直接的に実現するというよりも，このような学びにつなげるためにどんな学習指導を行っていけばよいかについて考察する。特に，このような学びを支える教材の望ましいあり方とはどのようなものなのかについて具体的に検討し，授業実践を通してその意義を確認する。

２．主体的・対話的で深い学びにつなげる小学校算数の教材の要件

（１）主体的で深い学びにつなげるための教材

主体的な学習につなげるためには，自分で学習を進められることが必要であろう。自分で学習を進めるために，杉山吉茂氏は「楽しさ」に注目している。その楽しさの１つとしてゲームの楽しさを挙げてこれを授業に活かせる部分があるということを提案している。その楽しさは「与えられた情報をもとに，自分の新しい判断を生み出す努力，それがうまく的中しているかどうかということなどに対する心理的な緊張と興奮，そして，その緊張が解消して得られる満足感」としている。それを授業に活かすならば「子どもが主体的に取り組める課題を設定し，子どもの知性に挑戦し，子どもの努力に対する満足感を与えるといった展開を考えればよい」としている。杉山氏は，そのために「教材の熟知」をあげている。

では，その熟知すべき教材そのものはどうしたらいいのであろうか。一般的な算数の問題ではこの楽しさを実現することが難しい。なぜなら，答えは限られていて，子どもが生み出す新しい判断や的中しているかどうかの緊張とその解消が難しいからである。主体的な学習につなげるための教材の一つとして，新しい判断ができ，それが正しいかどうかを考え，そして解決できるような教材が望ましいのではないかと考える。

（2）対話的で深い学びにつなげるための教材

対話的な学習につなげるためには，まずは，話し合い活動に積極的に参加することが必要であると考える。考えを聞き，自分の考えを広げ，深めるためには，まずは自分の考えをきちんと表現し，相手の考えを聞かなければならない。滝井氏は「算数の問題とは，基本的に答えを出すことを求めている。したがって，答えが求められるならば，ましてやその答えが正しいとの確信があれば，授業の後半部に設定されることが多い発表，意見交換などの話し合い活動に参加する意欲がもてないことが多いのもうなずける。」として一般的な算数の授業の問題点を指摘している。その解決策として「新たな活動の発生が期待できる教材の設定が重要となる」としている。対話的な学習につなげるためには，話し合い中にも，話し合いをした後にも活動が発生するような教材が望ましいと考える。

（3）主体的・対話的で深い学びにつなげる小学校算数の教材のあり方

以上のことから，主体的・対話的で深い学びにつながる小学校算数の教材の要件として，次の２点に焦点を当てて教材開発を行うことにした。

・自分の思いや立場を選択したり判断したりして，それが明確に正しいかどうかすぐにはわからない状況を生み出す教材
・学習の話し合いにおいても，学習が終わってからも，さらに「その先」を考え続けられるような教材

３．主体的・対話的で深い学びにつなげる教材を用いた指導の実際

（1）２年生　２けたのたし算・ひき算の筆算（繰り上がり・繰り下がりあり）

①主体的・対話的で深い学びにつなげる教材として

筆算については，筆算の考え方のもとになるものをクラスで検討した後，筆算形式を教える学習展開が多い。主体的・対話的で深い学びにつなげる教材として，この筆算形式そのものを学級で検討することを考えた。具体的には，次の２つの事項である。

・自分はどの筆算形式がよいと思うのかを選択，判断する。クラスの「計算のしかたをつくろう」とすることで，どれが正しいかは先行学習をしている児童でも判断できない。
・日本で使われている，教科書に載っている筆算形式をここでは教えないことで，この先にも考え続けることができるようにする。

②指導計画（12時間）

第１・２時　繰り上がりのあるたし算の計算のしかたを考える。
第３時　計算形式を考える。（本教材の実践）
第４時　（１位数）＋（２位数），（２位数）＋（１位数）の計算のしかたが分かる。
第５・６時　百の位に繰り上がる筆算のしかたを考える。
第７・８時　計算形式を考える。筆算のしかたを知る。
第９・10時　３位数のたし算の計算のしかたを考える。
第11・12時　本単元のまとめ

③指導の実際

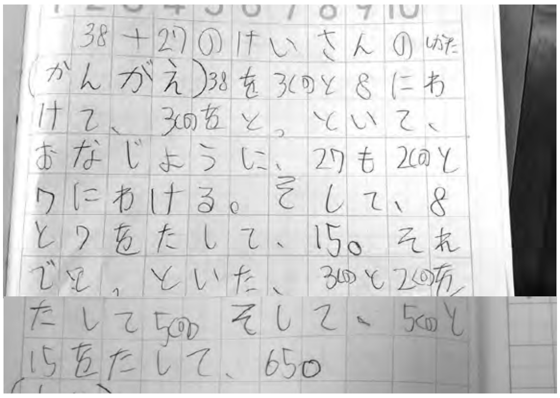
T「前回どんな計算のしかたを考えましたか？」

C「28＋27」

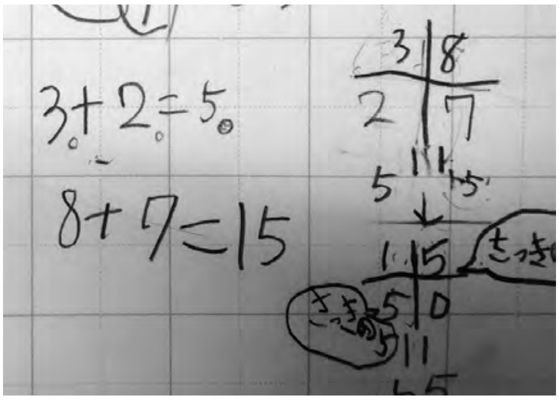
T「それで，だれが発表した？」

C「Aくん，Bさん，Cくん，Dさん。」

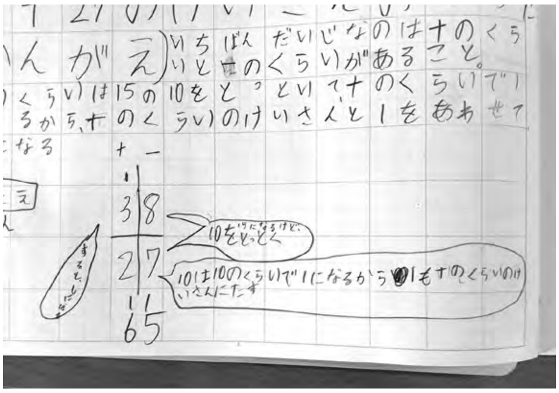
A児



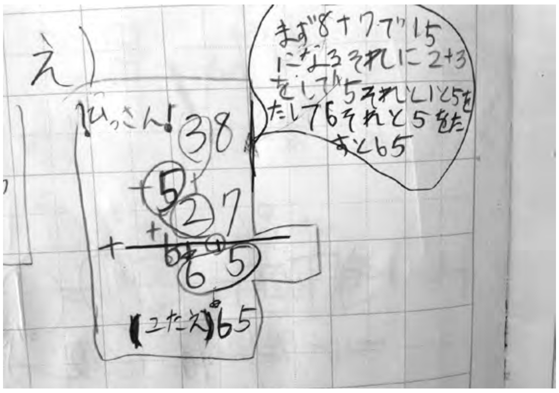
B児



C児



D児



T「このクラスでは，どのしかたでこの計算をするようにしようか。とりあえず４人のしかたがあるけどどうしよう。」

C「Aさんのは，説明だから，他の３人のだれか。」

T「そうだね。」

Bさん　VS　Cくん　VS　Dさん　からクラスのけいさんのしかたをつくろう

T「では，近くの人と相談。」

（相談）

T「だれのしかたがいいと思いましたか。」

C「Bさんのしかたはとてもわかりやすい。」

C「でも，答えをさらに式にして，簡単にできない。」

T「こういうのは，式が長くなるっていうの。たしかに。他の２つかな。」

C「Dさんのは38＋27に見えない。」

C「百の位に＋があるのはおかしい。」

T「十の位にくる１はどうだろう？」

C「Dさんのは＋に見えてしまう。」

C「Cくんのは位がしっかりそろう。」
T「Cくん大人気。じゃあ，Cくんのしかたかたがいいかな。」
C「はい。」
T「でも，Dさんのアイデア全部だめかな。実は，||が前からずっと気になっているんだよね。横線の方が私はいいかなと思った。なんでだと思う。」
（相談）
C「 ||は１１に見える。」

T「そうだね。||を―――にするのでいいかな。」

1 3	8
2	7
6	5

結果，左のように書くことに決まった。

④指導を終えて

この計算のしかたを考える学習は３位数のたし算・ひき算まで考え続け，その後で日本で使われている筆算形式に限りなく近づいたため，ここで筆算形式を教えた。ここまで，主体的・対話的で深い学びにつなげるような学習が続いた。

（２）５年生　異種の二量を用いた単位量あたりの比較

①主体的・対話的で深い学びにつながる教材として

単位量あたりの比較では，その結果に基づいて，だれが見ても明らかな結論ができることが多い。そのようにならない主体的・対話的で深い学びにつながる教材として，富士山の登山ルートを選ぶ学習を考えた。

・みんなで登るのにどの登山ルートがよいと思うのかを自分で選択，判断する。ここでは単位量あたりの比較を用いることで一つの判断にはなるが，それで結論が容易には出ない。また，それぞれの価値観がちがうため，どれが正しいか容易には判断できない。
・この学習で一旦結論も出すが，この後も，それぞれのルートの特徴をさらに探求し，さらなるよい判断に迫れるように学習を続けることができる。

②指導計画（10時間）

第１・２時　混み具合の比べ方を考える。
第３時　人口密度の意味と求め方を理解する。
第４時　米のとれ具合を単位量あたりの大きさを用いて比べる。
第５時　速さの比べ方を考える。
第６時　速さを求める公式と求め方を理解する。
第７時　道のりを求める公式と求め方を理解する。
第８時　時間の求め方を理解する。
第９時　本単元のまとめ
第10時　単位量あたりの比較の応用

③学習の実際

T「日本一高い山，富士山に登るコースはいくつかあるのを知っているかな。」

C「10」「20」「１」

T「もしかしたら，道なき道を行くコースもあるかもしれないから，それぐらいたくさんあるかもしれないけれど。正規ルートはこの４つです。」

吉田ルート	登り　６時間10分 下り　３時間30分 標高差　1450m 往復距離　約14km	須走ルート	登り　６時間50分 下り　３時間20分 標高差　1800m 往復距離　約13km
富士宮ルート	登り　５時間30分 下り　３時間50分 標高差　1350m 往復距離　約8.5km	御殿場ルート	登り　６時間10分 下り　４時間20分 標高差　2300m 往復距離　約17.5km

T「１度は登ってみたいとよくいわれる富士山。みんながこのクラスみんなで登るとしたら，どのコースを選ぶ？」

（ノートに書く）

C「富士宮です。時間も距離も標高差も全部少ない。」

C「吉田です。帰りがらくそう。」

C「御殿場です。坂が緩やかだと思う。」

T「だいたいみんな，らく…というとなんだかいやだから，同じところに行くなら負担が少なく登れる方がいいということなのかな？」

C「はい。」

T「ちなみに，あとの２つはわかるけど，御殿場を選んだ人が言っていた『坂が緩やか』は本当？」

C（うなずく児童，首をかしげる児童）

T「それでは，まずはこれを調べてみましょう。」

４つのコースの坂を比べよう

（自力解決）

（指名発表）

C１　高さ÷距離（m/km，小数第1位で四捨五入）

吉田	104
富士宮	159
須走	138
御殿場	131

C１「１ｋｍ進むと，何ｍあがるかです。」

C「表にまとめているのがいい。」

C「富士宮の大変さがよくわかる。」

C「単位のｍがあるとよかった。」

Ｃ２　距離÷高さ（km/m，２桁で四捨五入）
吉田　…0.0097km


富士宮…0.0063km
須走　…0.0072km
御殿場…0.0076km
Ｃ２「１ｍ上がるのに，何ｋｍ進むかです。（図示）」
Ｃ「四捨五入がそろっていて見やすい。」
Ｃ「図があっていい。」
Ｃ「単位をmにした方がよさそう。」
Ｔ「そうするとどうなるの？」
Ｃ「9.7m，6.3m，7.2m，7.6m。」
（集団解決）
Ｔ「さて，どうしましょうか。」
Ｃ「また前と同じようにどっちの比べ方がいいか考える。」
Ｔ「では近くの人と相談。」
（相談）
Ｃ「人口密度や速さと一緒で，多い方が多い方がいい。そうすると，Ｃ１くんかな」
Ｔ「これは多い方が何が多いの？」
Ｃ「多い方がたいへんさが多いということになる。」
Ｔ「たいへんさ？　どんな？」
Ｃ「坂の急さ」
Ｔ「このＣ２さんの比べ方でいいとして，じゃあどのコースにする」
Ｃ「断然富士宮だと思っていたけれど，吉田かもという気がしてきた。」
Ｃ「須走と御殿場は論外。長いし，高いし，そこそこ急。」
（熱い議論）
Ｔ「とりあえず，ここでの結論は富士宮か吉田ってところかな。」

④指導を終えて

この後，家庭学習等で「急さ：富士宮は吉田の1.5倍だが，距離：吉田は富士宮の1.5倍ない。」ということや「地図で調べると吉田のほうが東京から行きやすい。」「どっちもどっちなら下りの時間が短い吉田のほうがいい。」など，自分で探求してくる児童が多数いた。このような考えもふまえて，今回のクラスにおける結論は吉田ルートということになった。この後も様々な切り口で探求してくる児童もいて，主体的・対話的で深い学びにつなげるような学習が続いていった。

４．まとめと今後の課題

本稿では，主体的・対話的で深い学びにつなげる小学校算数の教材のあり方を考察した。具体的には，主体的・対話的で深い学びにつながる小学校算数の教材の要件として，次の２点に焦点を当てて教材開発を行った。
・自分の思いや立場を選択したり判断したりして，それが明確に正しいかどうかすぐには

わからない状況を生み出す教材
・学習の話し合いにおいても，学習が終わってからも，さらに「その先」を考え続けられるような教材

このような要件を満たす教材を扱って授業実践を行うことで，授業の初めから授業後まで，児童は主体的・対話的で深い学びにつながる活動を行うことができたという実感を一定程度もつことができた。ただ，これだけが主体的・対話的で深い学びにつなげる教材のあり方ではないと思われる。

また，単元によってはこのような教材を用いることが難しいものもある。より広く主体的・対話的で深い学びにつなげるためには，私を含め教員が絶え間なく主体的・対話的で深い教材の研究を進めることが重要であろう。

＜引用・参考文献＞

杉山吉茂（2012），「確かな算数・数学教育をもとめて」，東洋館出版社，pp176-177
長崎栄三・滝井章（2007），「よい算数の授業をつくる」，東洋館出版社，pp103
文部科学省（2017）「主体的・対話的で深い学びの実現（「アクティブ・ラーニング」の視点からの授業改善）について」（イメージ）
https://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/__icsFiles/afieldfile/2017/10/24/1397727_001.pdf　（2020年５月10日確認）

６　算数科における主体的・対話的で深い学びを目指して
―解決結果を利用して学びを深めることへの着目―

毛呂山町立毛呂山小学校主幹教諭　堀口　知彦

１．はじめに

小学校学習指導要領（平成29年告示）は，２年間の移行措置を経て令和２年度より本格実施が始まった。その基本方針は，子供たちが様々な課題を乗り越え社会を生き抜くための，資質・能力を育成することにある。そして，それを実現すべく視点は授業改善に向けられた。小学校算数科では，その一端に「深い学びの鍵として『見方・考え方』を働かせることが重要になること。」(p.4）と示されている。そして，算数の学習を通して算数と日常生活を行き来し，物事を数学的に捉える見方や考え方を養うことが目標とされている。

この「深い学び」を実現するには，授業の学習過程を確認する必要があるだろう。中央教育審議会答申で示された算数・数学の問題発見・解決の過程の図は，２つの世界を循環する学習過程として示されている。そこでは，はじめに問題場面が設定される（Ａ１）。そして，一旦解決結果を導き出す（Ｂ・Ｃ）。ここまでは，従来の授業の中で，約束事や型として示され取り組まれてきた。さらに，「深い学び」では，その結果を，再び現実の世界に戻して意味づけたり（Ｄ１），数学の世界で発展的に考えたり（Ｄ２）することが「主体的・対話的で深い学び」の実現に繋がると考える。つまり，獲得した結果から次に何に気づき考えるかが，「深い学び」実現のキーとなる（**図１**）。

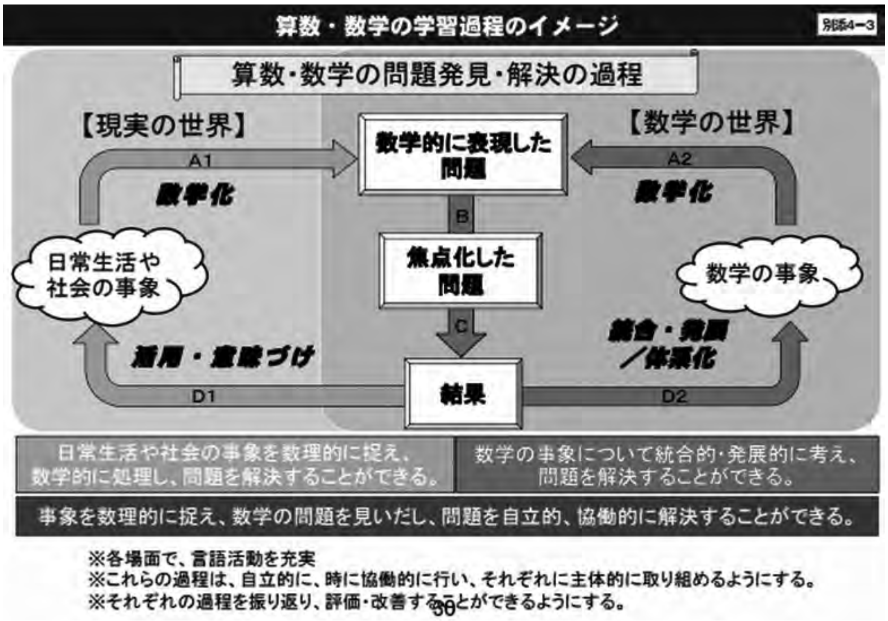


図１　算数・数学の問題発見・解決の過程

子供たちは「深い学び」を通して，数学的な見方・考え方を働かせて問題解決し，次の問題を発見する。そのサイクルが，数学的な見方・考え方を育てることに繋がるのである。ここでは，実生活の中に見られる場面を算数の問題として授業で取り上げることを提案す

る。そして，子供たちが解決結果をもとに，次にどんな学びへ発展させるのか検討する。

２．研究課題と研究方法

（1）研究課題

前節の目的達成のため，従来の学習過程における問題を，２点指摘する。１つ目は，子供たちの目的達成後に起こる学びの停滞である。つまり，子供たちは問題場面の解決結果を導き出してしまうと，安心してそれ以上考えようとしないということである。２つ目は，授業における適用問題は，主問題の解法を繰り返す訓練にとどまる傾向があることである。これら２つの問題点は，問題解決的な学習を通して，知識・技能の獲得や定着を図る上では有効であろう。しかし，前節で提示した「深い学び」の実現にとっては，足枷となるものであろう。

本稿は，これら２点の問題を改善し，「深い学び」を実現するために，教材開発を課題とする。また，教師は，その教材を子供たちに示し，どの様な授業を展開することが「深い学び」に繋がるか提案することを課題とする。

（2）研究方法

既述の目的を達成するため，はじめに問題解決的な学習過程についてG.ポリヤ（1954）に依拠して理論考察する。特に，解決結果を導いた子どもがさらに学び続けることに焦点化し，考察する。そして，教材開発と授業展開の示唆を得ることとする。

また，理論考察したことをもとに具体的事象を素材として教材開発し，問題場面を設定する。さらに，授業実践を想定し，深い学びを実現する指導を提案する。

３．結果の利用についての考察

（1）ピタゴラスの定理を用いた結果の利用

結果をもとに考えを進めることについて，G.ポリヤ（1954）はいくつか例を挙げ説明している。その一つに，ピタゴラスの定理を用いて，立体の直線の長さを求める問題が示されている。そこでは，教師が学生に何を問うかが例示され，問題解決過程について説明されている。その中で，ポリヤは「結果を利用」することに言及している（G.Polya1954）。以下に，G.ポリヤ（1954）を引用した問題をもとに，解決結果の利用を考察する。

【問題１】

長さと巾と高さが知れている直方体の対角線を求めよ。

はじめに問題の未知の部分と条件を整理し，未知をx，長さ，巾，高さをa，b，cとする（**図２**）。

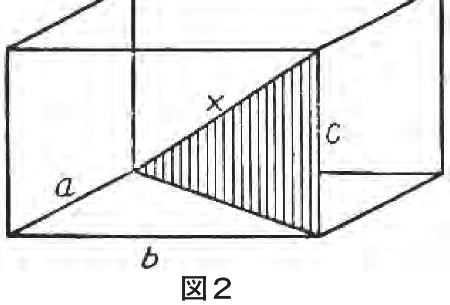


図２

底面の直角三角形の斜辺をyとする。

$$y^2=a^2+b^2$$

$$x^2=y^2+c^2$$

yにa,bを代入する。 $$x^2=a^2+b^2+c^2$$

$$x=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

以上で問題の解決結果を得ることができた。しかし，ポリヤは，結果が導き出された後，「振り返ってみること」が解答の理解を一層深めるものと述べている。具体的に「結果が正しいかどうかためすこと」と「同じ結果を違った方法で導くことができるか」について検討することである。これらは，解決結果や方法に欠陥がないか証明することに通じると言及している。

さらに，教師が「結果や方法を何か他の問題に応用することができるか。」を問うことにも触れている。そして，結果の応用のため，以下の問題を例示している（**図３**は筆者表示）。

【問題２】

長さが21メートルで巾が16メートルの四角な平らな屋根の中央に高さ８メートルの旗竿をたてたい。この竿を支えるには４本の同じ長さの針金がいる。その針金は竿の先から２メートル下がった点から屋根の四隅に張り渡される。各針金の長さはいくらか。

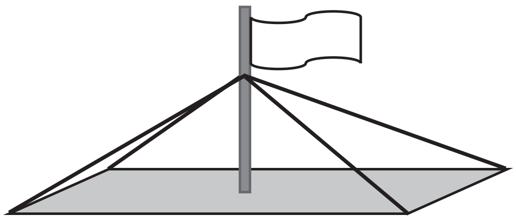


図３

先の問題１の解決結果を，この問題２に利用するには，屋根を４等分し，針金を直方体の対角線と見ることで解決に至るであろう（**図４**）。

針金の長さを未知数xとする。問題１の解決結果より $x=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$…①

$a=10.5$ $b=8$ $c=6$

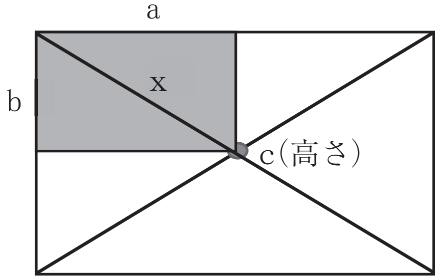


図４

①より $x=\sqrt{110.25+64+36}$

$x=14.5$

解決結果　　針金の長さ14.5メートル

以上で，既得の結果を利用して新たな問題の解決結果を導くことができた。ポリヤは，

教師が学生の想像力を活発にすることを，学生が結果を応用する前提としている。「（学生の）想像をたくましくしない限り」は，学生が既得の結果と新たな問題を関連させて利用することはできない。それゆえ，上述の問題であれば，教師が学生にいくつか立体図形を想起させて幾何学的想像力を促進することが求められる。それが，学生が解決結果を様々な形に関連づけようとする後押しとなる。

また，ポリヤは応用するための問題の二つ目について言及していない。しかし，ポリヤが問題の二つ目に示したいくつかの例は，「教室」「カフェテリア」「屋根」など身近で具体的なものである。つまり，身近な現実世界から問題を見いだすことを，教師に求めている。

（2）結果を利用することで実現する深い学び

ポリヤは，既述の節に問題解決過程の一端として，結果の利用を例示した。さらに，「結果を利用できないか」の節では，以下の引用のように問題から得ることができた結果をよく考えることを重視している。

> 結果を利用できないか。
> じぶんの力で問題をとくことは１つの発見である。問題がやさしければ、発見もまたささいなものであるが、それでも発見は発見である。どんなつつましい発見でも、発見をしたあとでは、なにかそれ以上のものが背後にひそんではいないかをよく考えてみることが大切である。あたらしい結果がもたらす光明を見逃さず、そこに用いられた手続きをくりかえして利用すべきである。成功を探れ！　その結果を、または方法を他の問題に利用できないか。（p.101）

この節で，ポリヤが強く主張する結果の利用は，結果や方法を他の問題に利用することを通して，子供が深く考えることにも直結する。主問題の結果獲得に終始する授業においては，学びに深さは不在であろう。子供たちが結果を利用し，その周囲をさらに探求することで深い学びは顕在化するのである。

では，結果を利用するために授業で教師は何をすべきか。それは，吟味した結果を利用できる新たな問題を子供とつくることである。そして，結果を利用することで喚起する新たな気づきを子供に問い，顕在化することである。

４．教材開発

（１）題材名

第５学年「正多角形と円」

（２）題材について

本題材は，円に関わる問題で，現実場面の空き缶を束ねるテープの長さを求める場面である（**図５**）。立体である空き缶を真上から見て，平面図形に置き換えて考える問題である。そして，空き缶を円として見たとき，巻きつけられたテープが曲線のどこに接しているか，直線の長さはどのように考えたら求めることができるか等，子供たちにとっていく

図５

つかの困難が予想される。
　本時は，はじめに問題場面を平面で考えることを共通理解させる。そして，テープの曲線や直線の長さは，内接した円のどの部分の長さにあたるか考え，一旦結果を求めるようにさせる。そして，接した曲線部分を合わせると円になることや，直線の長さは円の半径から考えることができることに気づかせる。
　さらに，結果を利用して何を考えるべきか問い，空き缶が増えた場合や条件を変えたいくつかの結果の関係を調べる等，深い学びへ向かうきっかけとする。
　以下は，教材について本数と並べ方を決め，半径ｒ，円周率πとして整理し，考察した（**図６**）。

２本

$2\pi r+4r=2r(\pi+2)$

３本

$2r(\pi+3)$

４本

$2r(\pi+4)$

５本

$2r(\pi+5)$

６本

$2r(\pi+6)$

$2r(\pi+6)$

７本

$2r(\pi+7)$

$2r(\pi+6)$

８本

$2r(\pi+7)$

図６

缶を束ねる方法はいくつもあるが，テープが短くすむようにまとめて束ねることとした。２本から６本までは図のように並べた時，式から決まりが見えてくる。しかし，７本の束ね方を変えると，６本と同じ長さのテープで束ねることがわかる。この時，１本の缶の周りに，６本が正六角形を描いて並ぶ。さらに本数を増やした場合，束ねた時に正六角形を描くのは19本，43本，91本…と続く場合である。その時，それぞれテープの長さは，１つの円周２πｒと，缶の直径に外側の本数をかけた和となる（**表１**）。

缶の本数と巻いたテープの長さ

缶（本）	0	1	2	3	4	5	6	7	
テープ（cm）	0	2πｒ	2r(π+2)	2r(π+3)	2r(π+4)	2r(π+5)	2r(π+6)	2r(π+6)	
缶（本）	…	19	…	43	…	91	…	187	
テープ（cm）	…	2r(π+12)	…	2r(π+24)	…	2r(π+48)	…	2r(π+96)	

表１

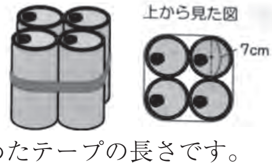
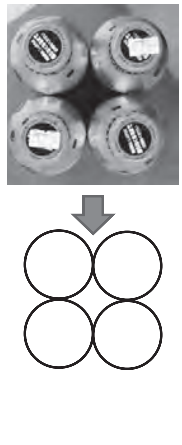
正六角形を描く本数７,19,43,91,187…は，数列$\{a^n\}$で表すと以下となる。

$a_n=3\cdot2^n-5$　$a_n<1$

（３）本時の目標

◎円周を求める公式を，現実場面の問題解決に活用することができる。

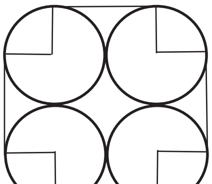
（４）本時の展開

学　習　活　動	指導上の留意点（●）， 主題に関わる留意点（◎）， 評価 評
１．問題・課題の把握（５分） T　空き缶を図のようにまとめました。 問題　空きかんをならべ，テープでとめました。このときのテープの長さを求めましょう。  T　今日は，何を考えますか。 C　空き缶のように円いものを，いくつかまとめたテープの長さです。 C　いくつかの円いものを囲む線の長さです。 T　今日の課題です。 課題　円いものをまとめて囲む線の長さを考えよう。 T　どのように考えていきますか。 C　図に表して考えます。 C　空き缶を上から見ると円と見ることができます。	●具体物を見せて，問題場面の共通理解を図る。 ●図のように並べることとする。 ◎現実場面では立体であるが，真上からの写真を見せることで空き缶を平面図形の円として見られるようにする。 

２．自力解決・発表（10分）

T　図や数，式に表して，答えを求めましょう。

C１　曲線の部分を１つの円と見る考え



１部分の曲線は円周の４分の１。４つの曲線を合わせると１つの円周になります。

7×3.14＝21.98

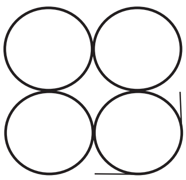
直線部分はそれぞれ，半径２つ分で直径と等しい。

７×４＝28

21.98＋28＝49.98

答え　49.98cm

C２　円の $\frac{1}{4}$ の曲線の両端を直線に延長する考え



７×3.14÷４＋7÷２×２＝12.495

12.495×４＝49.98

答え　49.98cm

●空き缶を円として表した図を配布し，考えたことを書き込ませる。

◎図に表したことを式に表すようにさせる。

●解決が困難な児童には，曲線部分がそれぞれ円の $\frac{1}{4}$ にあたることに気づかせる。

評円周を求める公式を，現実場面の問題解決に活用することができる。

３．比較検討（７分）

T　曲がったところはどう考えて答えを求めましたか。

C　曲線は，直線と分けて考えました。

C　４つの曲線を合わせると，１つの円と見ることができました。

T　直線の長さはどう考えましたか。

C　テープの直線を，円の内側の半径と見て考えました。

C　直径と同じ長さの直線が４本あると考えることができます。

◎曲線と直線についてどのように考えたのか検討する。

４．まとめ（３分）

T　結局，どのように見ると求めることができますか。

C　曲線部分を合わせて一つの円として考えます。

C　直線を半径に置き換えて長さを考えます。

> まとめ　円いものを囲む線の長さは，円や半径に置き換えると計算できる。

●Ｃ１の考えをもとに課題に対する一旦のまとめをする。

◎曲線を合わせて円になること，直線は半径になることをまとめる。

５．新たな問題の想像（５分）

T　この問題の次に，どんな問題を考えますか。

C　４本の缶をずらしてまとめたときのテープの長さ。

C　缶（円）が増えてもできるかな。

C　缶が増えると，デープのまとめ方がいくつか考えられそうだ。

C　缶が増えても，できるだけ短いテープでまとめた長さはどれくらいかな。

C　直径が変わってもできるかな。

C　缶が増えたとき，その並べ方やテープの長さに何か決まりがあるかな。

T　缶の本数を変えてまとめ方を図に表したり，テープの長さを表に表したりしてみよう。

> 問題　１本～７本の缶を，できるだけ短くテープでまとめたときの，並べ方とテープの長さを調べましょう。

C　はじめの問題で考えたことやまとめたことが使えそうです。

C　曲線と直線を分けて考えればできそうです。

◎次に考えてみたいことを児童に問う。

◎児童から意見が出ないときは，どの条件を変えると，どんなことが変わるか問うことで，想像を促進する。

◎新たな問題を児童と共に設定する。

◎一旦の解決結果を利用するように見通しをもたせる。

６．新たな問題の解決（７分）

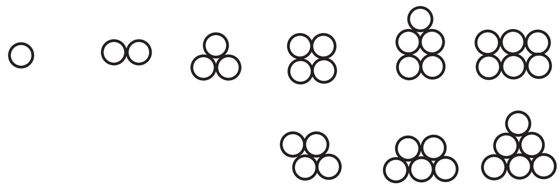
T　缶の並べ方を図に表してから，テープの長さを計算しましょう。

C　（ワークシートに数値や図を表す。）

空き缶（本）	1	2	3	4	5	6	7
テープ（cm）	21.98	35.98	42.98	49.98	56.98	63.98	63.98

●図を決めてからテープの長さを求めるようにさせる。

●式に表すことができたら，電卓を使用させる。

 ７．学びを深める（３分） T　新たな問題を解決して，何か気づいたことはありますか。 C　どれも曲線部分を合わせると，円一つ分になる。 C　４・５・６本では一番短いテープでまとめたときの並べ方が２通りあった。 C　２本目からは７cmずつ増えている。 C　６本と７本のテープの長さは変わらない。 C　６本から７本に増えたのに，なぜテープの長さは変わらないのか。 T　７本の場合のようなことが，なぜ起こるのでしょうか。 C　７本のときは綺麗な形。中に１本入っているからかな。 C　周りの本数がテープの長さに関係しているのかな。	◎新たな問題を解決した結果を表で整理することで，新たな気づきを生むようにする。 ◎同じ本数でも並びかたが違うと結果が変わることにも気づかせる。 ◎表に表した数値から，決まりを考えるようにさせる。 ◎６本と７本のテープの長さが等しいことから，缶の総数ではなく，周りの本数が関係することを共通理解する。

５．まとめと今後の課題

本稿の目的は，算数・数学科における主体的・対話的な深い学びの実現のための方策を検討することであった。そのためにまず，G .ポリヤに依拠して問題解決的な学習過程について考察した。そして，解決結果を得た後に考えるべきことを，二つの段階に大別し，整理した。

一つ目の段階は「振り返ってみること」である。その意義は以下の２点である。

（ア）解答の理解を一層深めること

（イ）解決結果や方法に欠陥がないか証明することに通じること

二つ目の段階は「結果や方法を何か他の問題に応用すること」である。その意義は，２点ある。

（ア）次の解決に利用できること

（イ）解決結果を新たな場面に関連づける想像力の促進

上記の二つの段階を念頭に，教材開発を行った。開発過程の「（2）題材において」では，児童が一つの問題場面を解決するときの思考過程を想定して示した。さらに，教師がその場面の条件をいくつか変えて問題解決を行うと，どのようなことが示唆されるか考察した。

以上の理論考察と教材研究を踏まえ，本教材を用いた授業の指導案を提案した。まず児童は，現実事象の問題を数学の世界の図形として捉え，自力解決する。そして，学級集団として，いくつかの解法を共通理解し確認して一旦まとめる過程，すなわちポリヤにおける「振り返り」を行う。さらに，児童が新たな問題を想像する過程を設け，解決結果を他の問題へ関連させるきっかけとした。また，さらにその先の疑問を喚起して授業を一旦終えることで，次の授業へ児童の問いが連続するようにした。

今後の課題は，２点ある。一つ目は，この深い学びに繋がる授業を他学年や単元でも実践するために，さらに多くの指導案や指導計画を作成することである。特に，教師自身が想像力を働かせ，教材研究することで授業に学びの深さを顕在化させることが課題となる。二つ目は，本研究における指導案を授業実践し，児童の思考に深まりが見えるか，児童の

発言や表現を分析的に見ることである。そして，指導案を見直し，改訂すべき点を見いだすことである。

<引用・参考文献>

文部科学省（2016）.「算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ」（https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/073/sonota/__icsFiles/afieldfile/2016/09/12/1376993.pdf,最終閲覧日:2020/4/20）.p.18
文部科学省（2008）.『小学校学習指導要領解説　算数編』.東洋館出版社.pp.2-9
G.ポリヤ著･柿内賢信訳(1954).『いかにして問題をとくか』.丸善出版株式会社 .pp.10-101
橋本吉彦ほか（2014）.『新版　たのしい算数５』.大日本図書株式会社.p.231

７　図形の証明の学習指導で目指す主体的・対話的で深い学び
―平行四辺形になるための条件と反例の発見に焦点を当てて―

筑波大学附属中学校教諭　近藤　俊男

１．はじめに

中学校第２学年の図形の証明では，数学的な推論の方法を学習するために，証明されることが予想される命題を扱うことが多い。ところで，新学習指導要領では用語に「反例」が加わり，“命題が常に成り立つとは限らないことを証明する”ことの学習もこれまで以上に明確に扱っていくことが求められる。指導要領解説には「命題が常に成り立つとは限らないことを示すには，反例を一つあげればよい。－中略－　証明の指導においては，命題が常に成り立つことを示すばかりでなく，常に成り立つとは限らないことも示すことができるようにすることが必要である。（文部科学省（2018），p113-114）」とある。

反例について手島（1994）は，大学生に対して行った調査で，「５つの辺の長さが等しい五角形は，正五角形である」という命題の真偽を判定することを取り上げている。そこで，的確な反例をあげることのできなかった要因は学校数学が形式的な証明の記述を重視したことによると述べ，「自ら推測し設定した事象に関し「本当にこれでよいか」「偽となり得る実例はないか」「これによってどんな矛盾が起こるか」といった関連から反例による見直しが図られなければならない」としている。大塚（2012）では，命題が偽であることの説明において，学習者による命題解釈に焦点を当てて学習者が直面する困難性の要因について考察している。特定の課題に関する調査におけるピラミッドの問題に焦点を当て，その要因として命題を限定した範囲で解釈してしまうことや反例を反例として認識できずにいることを指摘している。「図形」領域における反例の学習では，生徒にそのような認識がある可能性もある。与えられた条件を限定的にみてしまい図形を動的に見ることができない，また，出来上がった反例を条件と照らし合わせて反例になりうるのかの判断ができずにいることも考えられる。

これらのことを踏まえて図形の証明の学習では，与えられた命題を証明するだけでなく，生徒自身が試行錯誤しながら，命題が成り立つかどうか自体を調べる場面を設定していく必要がある。そのような活動を通して仮定と結論を明確に意識するとともに，仮定を満たすように図形をかくときいつでも結論の状況が成り立つと言えるかどうか，偽となる場合が本当にないかどうかについて考察することが大切である。そのような活動は，命題自体の理解や図形の性質についてより深く学習することにつながるとともに，証明を構想する力や論理的に推論する力の育成につながっていく。

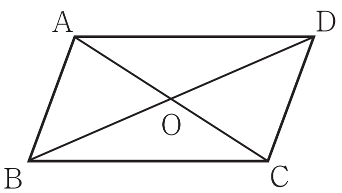
学習指導要領解説では平行四辺形になるための条件が取り上げられているが，本稿でもそれも含めて平行四辺形になるための条件自体を見いだす場面を授業で設定することを考える。杉山（2009）において，四角形を構成する条件のうち，２つの条件を満たすように四角形をかくと必ず平行四辺形になるかについて，教科書で扱われているもの以外についても述べられている。そこでは色々な組み合わせの場合で成り立つかどうかを調べている

が，最後に「中学校では，反例を考えることはあまりありません。－中略－　「逆は必ずしも真ならず」ということを知ってもらうためにも，反例を考えることを経験させるためにも扱ってほしいと思います。（p287）」と述べている。平行四辺形になるための条件について生徒自身で命題の真偽を判定し性質を見つける活動を設定することは意味のあることである。そして，そのような活動は図形に対する見方を広げるとともに，証明の学習における重要な考え方，例えば仮定と結論を明らかにすることや，偽であることを示すために必要なことは何かなどを実感をもって身に付けることができ，主体的・対話的で深い学びにつながるものである。

一方で，生徒にとって反例を考えることは決して簡単なことではないことも事実である。そのような中で，指導としてどのような手立てが必要なのかを考えていく必要がある。本稿では，主体的・対話的で深い学びを目指す授業の一つとして平行四辺形になるための条件に着目し，その反例について考察するとともに，「できる」生徒が反例を見つけるために思考したことを分析することで，反例を指導する際に大切にすべき視点や反例を見つけられずにいる生徒に対する手立ての在り方についての示唆を得ることを目的とする。そのために，杉山（2009）で扱われている表を基に，四角形の辺や角についてどの条件が成り立つときいつでも平行四辺形になると言えるのかを考え，言える場合には証明し，言えない場合には反例をあげることを生徒自身で導く活動を設定した授業における生徒の記述を分析する。また，反例をあげることが「できる」生徒に対しインタビューによる追調査を行い，反例を見いだすときの思考について分析した。

２．評価問題の開発

四角形を構成する条件のうち，どの２つの条件を満たすように四角形をかくと平行四辺形になるかについて，**図１**（杉山（2009））を提示し，なるときには証明し，ならないときには反例をあげる活動を授業で設定した。



	AB∥CD	AD∥BC	AB＝CD	AD＝BC	∠A＝∠C	∠B＝∠D	AO＝CO	BO＝DO
AB∥CD		定義	ア	イ	エ	エ	キ	キ
AD∥BC			イ	ア	エ	エ	キ	キ
AB＝CD				ウ	オ	オ	ク	ク
AD＝BC					オ	オ	ク	ク
∠A＝∠C						カ	ケ	コ
∠B＝∠D							コ	ケ
AO＝CO								サ
BO＝DO								

図１　授業で提示した図と表

（１）いつでも平行四辺形になることの証明

ア，ウ，エ，カ，キ，サが真であることには多くの生徒が気づくことができ，証明を記述することができた。実際，教科書で取り上げられているのはア，ウ，カ，サである。それらは，補助線をひくなどして平行線の錯角や同位角が等しいことを見いだし，それらを根拠に三角形の合同を証明することで，導き出される錯角や同位角が等しいことを根拠に，対辺が平行であることから証明している。

カは三角形の合同を証明できないので止まってしまう生徒がいたが，その際には四角形の内角の和が360°であることが利用できないかとアドバイスすると，隣り合う内角の和が

180°であることに気づき，外角と等しくなるので同位角が等しいことから平行を導くことができると気づくことができていた。合同を用いない証明についても生徒にとっての抵抗があるように感じた。

（２）イ，ケの反例についての生徒の記述

イの反例としての等脚台形（**図２**），ケの反例としてのたこ型（**図３**）には比較的多くの生徒が気づくことができた。生徒Ａは，仮定の条件を保ったままもとの平行四辺形が別の形に変わることを見つけた。このような，図形を構成している条件のうち，何が変わらずに何が変わる可能性があるかを捉え，条件を保ったまま図形を変形する見方ができるようにすることが大切である。

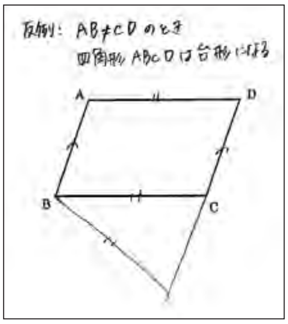


図２　生徒Ａの記述

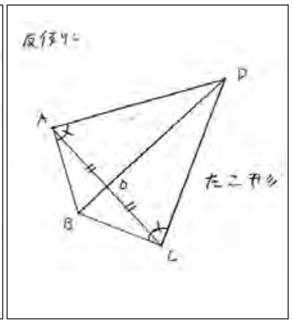


図３　生徒Ｂの記述

イについては，∠Ｂが定まらないので，ＢＣと長さが等しい線分を直線ＤＣ上に取ることができ，その場合等脚台形になって平行四辺形以外の図形ができるという見方である。ケについては，たこ型と記述することが多かったが，ここでも例えば△ＢＣＤを対称移動させＢＤとＤＢが重なるようにすると反例としての図形ができあがるという見方ができることが大切である。

イに関連して，角の大きさが定まらないことから辺を別の場所に移すことで別の図形になり，それが反例となりうるという意味では，クも同様に考えることができる。

生徒Ａは，クの反例を考える際に，辺ＡＢをＢを中心に四角形の内側にいくように動かしている（**図４**）。この場合，∠Ｂが定まらないことから，点Ａを辺ＡＣ上の別の場所にとれるとみることができている。一方，生徒Ｂは**図５**のように円弧をかき，止まっていた。ＡＯ＝ＣＯを先に決め，そこに対角線となる直線ＢＤをひき，辺ＡＢとＣＤを決めるために円弧をかいた様子が読み取れる。ＡＢ＝ＣＤとなるような線分がそれぞれ２通りできてしまうことから止まってしまったようだが，辺を別の場所に移す見方をしている。いずれにしても，仮定を満たすとき，同じ長さの辺が別の場所に表れる可能性があることを探る活動は大切であると言える。さらに言えば，角についての条件が明確でないときには同じ長さを別の場所に取れる可能性があることを意識し，条件を保ちながら図形を自由に変形できるような見方を養っていく必要がある。そのような見方は，仮定と結論についての理解を深めたり，反例の理解を深めたりすることにつながっていくと言える。このような見方は，例えば，三角形の合同条件「２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」の学習の際の，「その間」が必要である理由を考察する場面でも触れることができる。様々な場面で，与えられた条件とそれによって考え得る図形について考察する活動を取り入れながらこのような見方を培っていく必要がある。

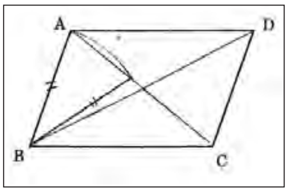


図４　生徒Ａの記述

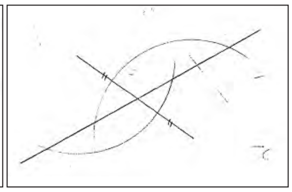


図５　生徒Ｂの記述

（３）オの反例についての生徒の記述

オの場合については，杉山（2009）においても宿題として残されたものであり，生徒がどのように反応するのか非常に興味深いものであった。生徒は，オの条件のもと三角形の合同条件を用いた証明を試みるが合同条件に当てはまらず，カのように合同条件を用いない証明を粘り強く考察しようとする生徒もいたが止まってしまう生徒が大半であった。証明できずに反例を見つけようとする生徒も，なかなか簡単に反例を見つけることができないので，真か偽か，証明できるかできないかを一層集中して考え始めた。中には**図６**のように極端に細い平行四辺形をかいた生徒がいたが，この先の活動へと続くことができずにいた。また，**図７**のように記述するだけで反例の図を示せずにいる生徒もいた。これらの生徒に対してどんなことを示すことが生徒自身で反例をあげられるために有効なのだろうか。以下にオについていくつかの反例を挙げ，その手掛かりを探りたい。

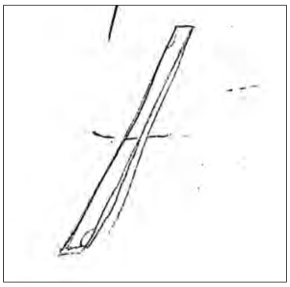


図６　生徒Ｃの記述

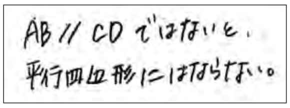


図７　生徒Ａの記述

①　凹四角形

反例として出てきたもので最も多かったのは凹四角形である。凹四角形は，以前の授業で扱ったことがあり，比較的抵抗なく生徒の中に認識されているようであった。一方で，**図８**のように，それが反例になりうるとしながらも条件を満たすようにコンパスと定規で“作図”することができずに止まる生徒がいた。そこで，このような反例が考えられるが，どのように作図するとよいか考えてみようと問いかけると，２つのかき方があがった。

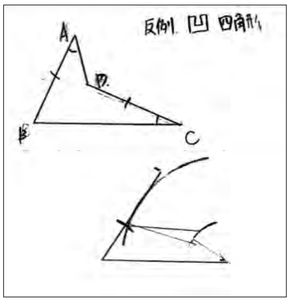


図８　生徒Ｄの記述

図９は，真ん中の二等辺三角形の両側に合同な三角形を向きが反対になるようにかいたものである。合同な図形の等しい辺と角を利用した作図である。**図10**は，２つの正三角形を組み合わせたものである（図のアルファベットは正しくない。四角形ＢＣＤＥが反例となる凹四角形である）。いずれにしても，仮定で与えられた条件を満たすように，合同な２つの図形を作図している点で共通している。かこうとする図形と既習事項を関連付けながら，作図の方法を考察することで，辺を移動させたり角を保ったりなどという図形の見方を深めることができるよい場面となった。

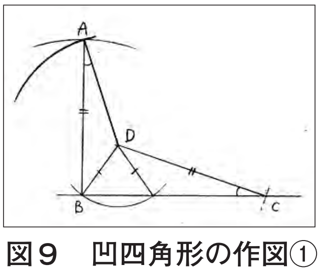


図９　凹四角形の作図①

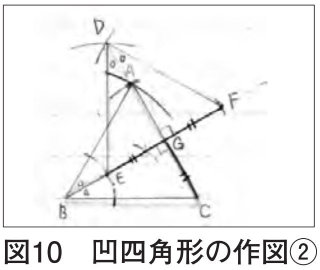


図10　凹四角形の作図②

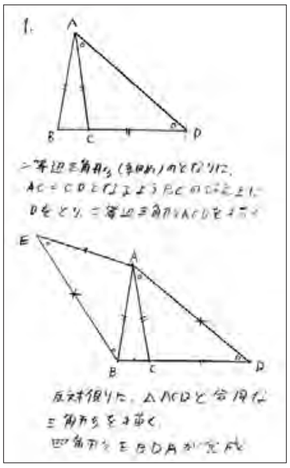


図11　凹四角形の作図③

別のクラスでは，**図11**のような反例が出てきた。先ほどの**図９**で，真ん中の二等辺三角形を細長くしていくと凹四角形でない四角形ができる。出てきた反例の条件を変えてみるという見方も大切である。

② 二等辺三角形を切って組みなおす

二等辺三角形の二辺が等しいことと底角が等しいことを利用して反例を考えた生徒もいた（**図12**）。頂角を通るような直線で二等辺三角形を２つに分け，分けた一方を対称移動させて改めてつなぎ合わせたときにできる四角形が反例として条件を満たしている。

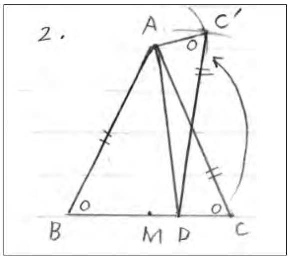


図12 二等辺三角形を基にした反例の作図

③ 既習事項と関連付けて導く

図13のように，以前学習した内容をもとに反例を考える生徒もいた。三角形の合同条件「２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」で「その間」がない場合には２通りの三角形がかける可能性が出てきてしまうが，その２通りの三角形を組み合わせて作った四角形が反例になりうるという。既習の内容に着想を得て，その中で変わるものと変わらないものを明確にしながら新たなものにつなげていく視点が特徴的であった。

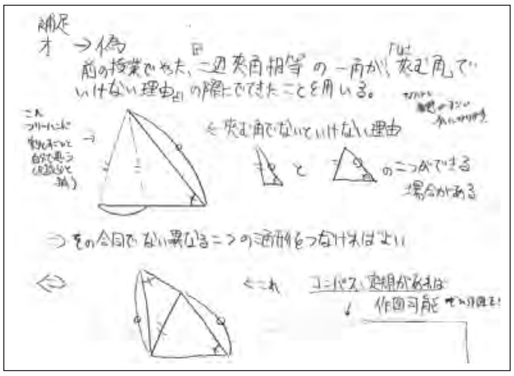


図13 生徒Ｅの記述

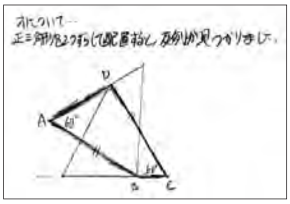


図14 正三角形２つでつくるオの反例の案

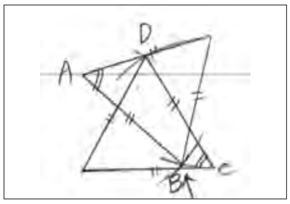


図15 図14の作図の案

２つの正三角形をずらして配置し四角形をつくるという考え方がでてきた（**図14**）。この作図では一つの頂点がもう一方の正三角形の辺上にある必要があるが，授業ではその部分まで深入りすることができなかった。**図15**のように，任意の場所に正三角形をかくと，頂点Ｂが辺上に来ない。一方の正三角形の辺がＣＤの中点を通るように作図すると線対称な図形ができ，この場合に反例の四角形となる。既習事項である正三角形の性質を利用した着想の部分は注目すべきで，非常に興味深いものであった。作図の方法を考察することで，図形が成立するための条件や図形に対する見方を深めることができるよい例であると言える。

④ 平行四辺形を変形する

平行四辺形を，与えられた条件を保ったまま変形することで反例となる四角形をつくることができる（**図16**）。平行四辺形を対角線で２つに分け，一方の三角形を点Ｂを中心に回転させることで四角形をつくることができる。仮定で与えられた条件を保ちながら変化できる部分を探す中で，平行四辺形を対角線で分けたときにできる三角形全体を回転させればよいという発想ができると，イやクと同じような視点で反例を導くことができる。ここでも，どの部分を変えて，どの部分を変わらないように変形させるかという視点で図形を見る見方，特に角を保ったまま変形していく見方を養っていく必要があるといえる。

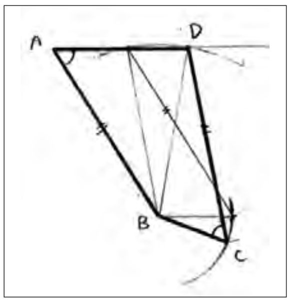


図16 オの反例の作図

３．インタビュー調査の分析

反例を考察する際の過程についてさらに分析するために生徒にインタビュー調査を行った。対象は反例をあげることが「できる」生徒であり，オの反例をあげることができた生徒Ｄ，Ｅである。いずれの生徒も数学を得意とし学年でも上位の成績である。インタビューの時間は生徒Ｄは約40分，生徒Ｅは約10分であった。

①　オの反例を考える過程について

インタビューのプロトコルを抜粋する。凹四角形を反例として挙げた生徒Ｄは以下のように話していた。

50Ｓ：この四角形，これより前の授業でやりましたよね。それでたぶん思いついたんだと思います。ってか普通に思いつかなかったんですけど，なんか，オでもいいんじゃねみたいな，なんか，いやどうやったってできないじゃんって思った時に，たぶん，たまたまこっちに線ひいたんじゃないですか。この，ＡＢ＝ＣＤを考えるときに，たぶんコンパスか何かで引いたときに，あ，こっちに引けるじゃんみたいな。みたいになって，じゃこっちでもいいんじゃねみたいな。だからＡＢＣＤってあって，ＡＢ＝ＣＤってわかってて，∠Ａ＝∠Ｃってこともわかってて，このときに，たぶん一番最初は証明できないかって考えて，ここにたぶんひきました（ＢＤ）。でも，共通で，ここ一緒だったところで，ここここが同じだったら証明できないなって思って，で，

56Ｓ：でも駄目だなって思ってたぶん偽にして，

58Ｓ：で，ＡＢ＝ＣＤってことは崩したくないから，あ，でも，そう，ＣＤってことは崩したくなくて，で，どうしたんだろう，崩したくなくて，で，∠Ｃだけを崩したらダメじゃないですか。

60Ｓ：だから，ＣとＡが同じように崩せればいいかなって思ってとりあえずＣを中心にしてＣＤの長さ分たぶんコンパスか何かでこうやったんだと思います。で，そうしたときに，あ，こっち側もか，こうやってやったときに，別に外じゃなくてもいいかなって思って，ってか，外だったら∠Ａは小さくなっちゃうけど，∠Ｃでかくなっていっちゃうから，こうしたときに，そしたらだめだからって思って，じゃ，別に中でもいいんじゃないかなって思って，これが思いついたんだと思います。

63Ｔ：今の話を振り返るとね，え，待てよ，何でＤを動かそうと思ったんだっけ？

64Ｓ：え，だから，ＡＢ＝ＣＤっていう条件は絶対条件じゃないですか。

66Ｓ：だから，とりあえずＣＤの長さはそのままにして，ＣかＤの点どっちかを動かしたいけど，Ｄを中心にしてＣを動かしたら，Ａの大きさは変わんないけどＣの大きさは変わっちゃうじゃないですか。角度の。

68Ｓ：そしたらだめで，でも，Ａの大きさとＣの大きさを変えたらもしかしたら一致するときが来るかもしれないから，そしたらＣ中心にしてＤを動かせばいいなって思って，で，ＣＤの長さをとったんだと思います。

70Ｓ：で，コンパス見たときに，あ，内側にもあるなって思って，

生徒Ｄは，証明しようと試みるができないと判断し，偽であるとした上で反例を探した。

もとの図形を変形しながら反例を見つけようとしているが，58で「ＡＢ＝ＣＤってことは崩したくない」と述べているように，仮定を意識していることがわかる。この条件を保ちながら変形するときに，それに伴って変わるものがあるかどうか，辺を動かしたときに，それに伴って角の大きさが変わっていくので，その変り方に注目して図形を変形している。この場合だと辺ＣＤを，Ｃを中心に動かしたときに，∠Ａと∠Ｃの大きさに注目し，∠Ａと∠Ｃが等しくなるタイミングがあればそれが反例として成り立っているというわけである。もとの図形を仮定を保ったまま単に動かすだけでなく，ある条件を変えるとそれに伴って変わるものは何かという視点が大切であることがわかる。

生徒Ｅは，既習事項と関連付けて図形を見ようとしていることが特徴的である。

13Ｔ：オの，オのやつに限って言えば，もう一回復習すると，もう一回言ってもらってもいい？

14Ｓ：えっと，仮定を入れて，これは，わかりやすく明らかに証明できないような感じだったから，これは偽だなっていうのはわかって，そっから，この前習った，その夾角じゃない時の三角形がなんか二つあるみたいなものを使って，反例を作った。

19Ｔ：でも，ここでよくくっつけるっていう発想になるよね。なんだっけ，これに戻るじゃん。なんだっけ，夾角じゃない角があるやつ習ったなって思ったときにこれが出てくる，それで，二つをくっつけるみたいな発想はどうやって出てくるの。

20Ｓ：えっと，ＢＤが共通だったから，です。えへへ，ＢＤが共通だったから，その，こっちの三角形だけ変に変形してもＢＤは共通でそのままつなげられるから。

21Ｔ：ふーん，△ＢＣＤだけ変形しても。

22Ｓ：四角形になる。

23Ｔ：四角形になる。で条件は満たしたまま四角形に変形できると。

24Ｓ：なぜかというとＢＤが共通で，っていう風になっているから。

25Ｔ：と思ったと。これどうやって変形すればいいの？

26Ｓ：だから，反例を作るときは，自分で１個適当な三角形かいて，それの２辺が等しくて夾角じゃないもう一つの角が等しいようなやつをもう一つ作って，だから，こんな感じで，自分で作った後にこの三角形とこの三角形をここの長さが等しいから，ここでくっつける，っていうイメージ。

仮定の条件を図にかき込んで証明するとき，三角形の合同条件と照らし合わせると，２組の辺と「その間ではない」角が等しくなっていることに気づく。合同条件を学習した際に「その間」がなぜ必要かを考察した場面を回想し，条件が同じだが合同でない２つの三角形がかけることと結びつけて，等しい長さの辺同士をくっつけることで反例となる四角形を導き出した。三角形の合同条件を用いた証明を学習するだけではこのような見方には中々つながることはない。合同条件の学習の際に，実際に合同である図形を作図する活動を丁寧に設定したり，具体的な証明問題の中でこのような三角形の合同条件にそぐわないから証明できないで終わらせず，「その間でない」角が等しい場面が出てきた場合にはその図形を変形してみるなどの活動を入れていくことが大切になっていくように感じた。

２名の生徒は，仮定を基に証明を実行しようとしたところで，三角形の合同条件に当て

はまらず，うまく証明できないことから偽であると判断し，反例を見つける流れになっている。ここでは大きく２つの見つけ方があることがわかる。平行四辺形を仮定を保ったまま変形するものと，仮定を満たすような平行四辺形とは別の図形に着目し，それを利用することで反例を構成することである。いずれにしても，仮定を保ったまま図形を自由に動かす準備ができていることは共通していることだと言える。図形の動的な見方を養っていくことが必要になっていくように感じる。

②　反例を考えるときの手順について

生徒Ｄは反例を導くときの手順として以下のように述べていた。

214Ｔ：これにこだわっていたでしょ，この形からどう動かそうかなって考えていて，動かせないぞってなったときに今初めてこの長さに注目してこれが短くないとだめだからちょっと横長のやつになったじゃん。そういう発想が初めには来ないの？

215Ｓ：最初は，来ない。

217Ｓ：でも，そうしたところで，なんか，私が考える過程の中で，２つの辺の関係っていうのが今回は出てきたから変えたけど，別に変える必要がないんだったら，変えても意味ないって。

218Ｔ：仮にこの図が与えられてなかったらどうしたかな。

219Ｓ：え，最初に適当に，平行四辺形を示すっていうことは，平行四辺形かどうかを示すっていうのはわかってるから，とりあえず平行四辺形かいて，真か偽かって決めたいから，だいたい平行四辺形かいて，ってか，条件を私はかき込むから，こんな図だったらかき込みづらいじゃないですか。別にこれでもいいですけど，絶対かき込みにくいし，形かえるときも，今回こういうのありましたけど，基本長細いよりも絶対こっちのほうが変形しやすいって思うから，考えるときに，かいて，条件かき込むし，ぜったいこっちの方がよいし，私はこうやって書くと思います。

221Ｔ：切るって発想はないけど，根底にあるのは何？　偽を考えていくときの。

222Ｓ：一つ一つ条件を考えるんですけど，とりあえず何か一つの条件を絶対に当てはめて，そこで自分が書いた形とか与えられた形を変形していく。

224Ｓ：もともとある条件が，２，３個あったら，とりあえず１つの条件はクリアするようにしておいて，で，その状態で変形します。それで，どうしたらもう１個の条件を当てはめられるようになるかってことを考える。

225Ｔ：その最初の図形としては，こういうのではなく，一般的なものをかく。

もともとの平行四辺形の形について，生徒Ｄは極端な例を考えることはあまりしないという。かき込みやすさや変形のしやすさとして，極端な例は生徒にとって受け入れにくいものがあることが読み取れる。上述した**図６**をかいた生徒も，教師からの促しによって記述したもので，それをかいてみたところで有効な手段としての認識がなかった。反例の学習の中では，極端な例を考えてみることも有効に働く場合がある。一方で生徒の中にはその認識があまり強くないのも事実である。授業の中で意図的に取り上げることも大切かもしれない。

もとの図形を動かしながら反例を考察する手順としては，222や224で述べているような，この条件は外さないで，というように順番に一つずつ確かめていくことが大切であると言える。そして，このような見つけ方のような手順自体も，クラス全体で共有することが大切であると言える。生徒Ｅのように別の着想を得ることができればよいが，そればかりではない。その場合に一つの手立てとして有効に働いていくのではないかと言える。

４．おわりに

平行四辺形になるための条件を調べる中で，その反例について作図を通して考察することは，条件の理解につながるとともに，図形の条件を変えたり２つの図形を組み合わせたりするなど図形についての見方を養うことができる場面であると考える。与えられた仮定をもとに，どの部分は変わらずどの部分は変わっていく可能性があるかといった視点で図形をみることができれば，図形に対する見方は広がっていく。一方で，そのような視点を生徒自身がもてるように授業で扱っていく必要がある。

反例をあげることができる生徒は，仮定を保ったまま図形を自由に動かす準備ができている。そして，仮定を保ったまま元の図形を動かすだけでなく，ある条件を変えるとそれに伴って変わるものは何かという視点で図形を動かしていることがわかった。既習事項と関連付けて考察することも大切である。そのためには，普段の授業の中でこの場合はどうだろうか，少し条件を変えてみるとどのように変わる可能性があるだろうか，と探る活動も適宜取り入れていかなければいけないと感じた。具体的には，合同条件のもと作図した図形はいつも合同になっているが，条件を少し変えると合同にならない場合があり，それはもとの図形をどのように変形させたものなのかを作図と関連させて見直す場面が考えられる。

与えられた証明を記述するだけでなく，真偽の判断から生徒自身で行うような場面を設定することで，生徒が主体的に課題に取り組むことができ，その中では自然と議論が起ってきた。一方で，反例を考察するために，条件を満たすような極端な例を考えるような生徒は少ないこともわかった。極端な場合でも，成り立たない場合があればそれは反例として偽であることの証明になる。生徒にとって見慣れた形ばかりでなく，極端な例についても適宜授業で扱うようにしていきたい。

反例を見つけた活動の後には，振り返ってそれぞれの方法について共通点を見つけたり，発展させて別の方法を考察したりするなどの場面を設定することも大切である。また，反例については色々な場面で扱っていく必要があるので，その一つとして大切な題材であると言える。一方で，手が付けられない生徒にとっては全く何もできないことも考えられる。そのような生徒に対する手立てについての考察などは今後も課題としていきたい。

＜引用・参考文献＞

大塚慎太郎（2012）「命題が偽であることの説明における困難性の要因の分析－学習者による命題解釈に焦点を当てて－」数学教育学論究．99．3-17

杉山吉茂（2009）中等科数学科教育学序説　東洋館出版社．

手島勝朗（1994）「対角線についての反例による論駁－認知的葛藤の生成と解消を求めて－」上越教育大学数学教育研究．9．1-10

文部科学省(2018)中学校学習指導要領(平成29年告示)解説数学編　日本文教出版株式会社

８　「対話的な学び」を視点とした中学校数学科の教材開発と授業実践
―数学的な対話を引き出す授業展開の工夫―

世田谷区立砧南小学校副校長　石綿　健一郎

１．はじめに

平成29年告示の中学校学習指導要領では，各教科において「主体的な学び」，「対話的な学び」，「深い学び」の実現に向けて授業改善を推進することが求められている。数学においては，中央教育審議会答申に示された「事象を数理的に捉え，数学の問題を見いだし，問題を自立的に考え，協働的に解決し，解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする過程」（中央教育審議会,2016）という言葉にあるように，数学的に問題解決をすることが重視されている。また，数学的な問題解決の過程においては，中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編に示された「算数・数学の学習過程のイメージ」（**図１**）に見るように日常生活や社会の事象を数理的に捉え，数学的に表現・処理し，得られた結果の意味を考察するとされている。

本稿では，「主体的な学び」，「対話的な学び」，「深い学び」のうち「対話的な学び」に焦点を当てて開発した教材と授業実践の報告を行う。

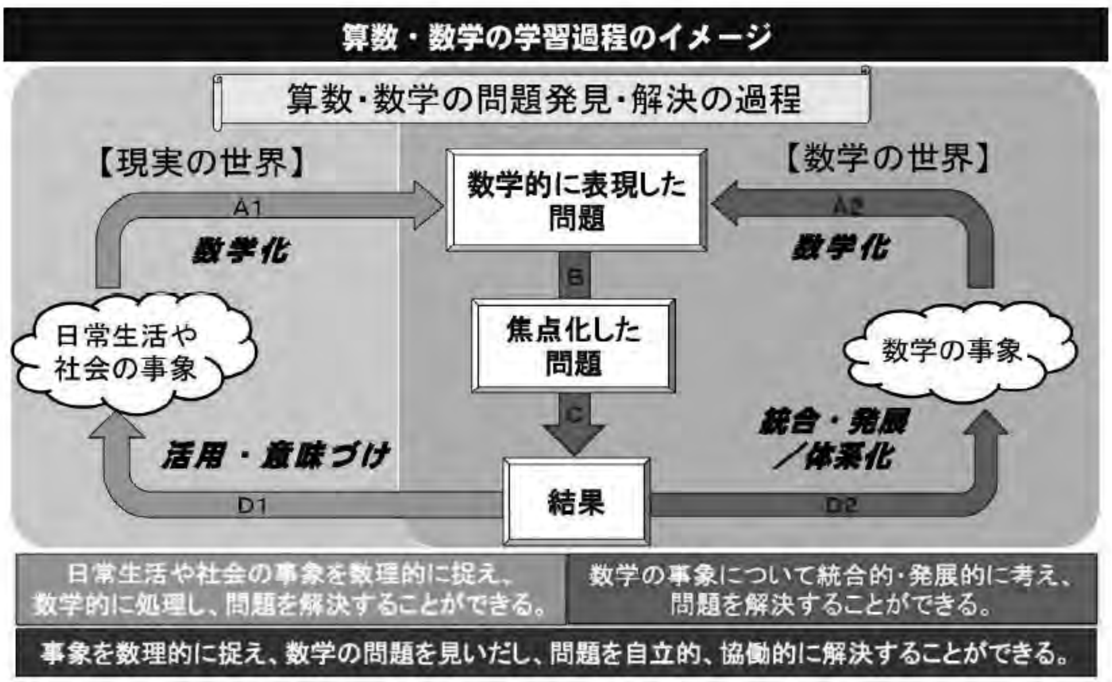


図１　算数・数学の学習過程のイメージ（文部科学省，2018）

２．本実践の意図

本稿の教材は，生徒同士の対話を引き出し，協働的に課題を解決する機会を設けることを目的として開発した。中学校第３学年『相似』の応用課題として，「教室の自分の座席から黒板までの距離」を考える課題である。実践を通して，対話を引き出す工夫について

考える。本稿では授業内における対話について，授業者の発問と生徒の回答によって学習の方向性を検討したり条件整理をしたりすることを「指導者との対話」，生徒自身が試行錯誤をしながら考えを深めていくことを「自己との対話」，生徒同士の話し合い活動を「他者との対話」と位置付けて研究を進めた。授業内においても，意図的に「指導者との対話」，「自己との対話」，「他者との対話」を取り入れて授業を展開する。

題材は日常生活の事象を数学的に解決する過程における，『算数・数学の学習過程のイメージ』に示された「【現実世界】からの数学化」や「【数学の世界】で得られた結果の活用・意味づけ」を互いに検討し合うことを重視し，現実場面の事象を図形として数学的に表現して解決し，得られた結果を事象に戻して再度検討できるように設定している。また，検討の際に，生徒同士の対話がなされるように授業を展開する。数学の授業では，結果が得られた段階で生徒同士の話し合いの場面を設けた場合，互いの結果を確認することのみに終わってしまうことが多い。そこで，教材を工夫することによって，単に結果のみを互いに確認し合うことだけでなく，結果に至る過程を検討し合うことができるようになるのではないかと考えた。

３．課題について

「黒板までの距離を求めよう」

教室の自分の座席から黒板までの距離を相似を利用して求める課題である。**図２**のような影の長さから建物の高さを求める問題の発展課題として扱った。

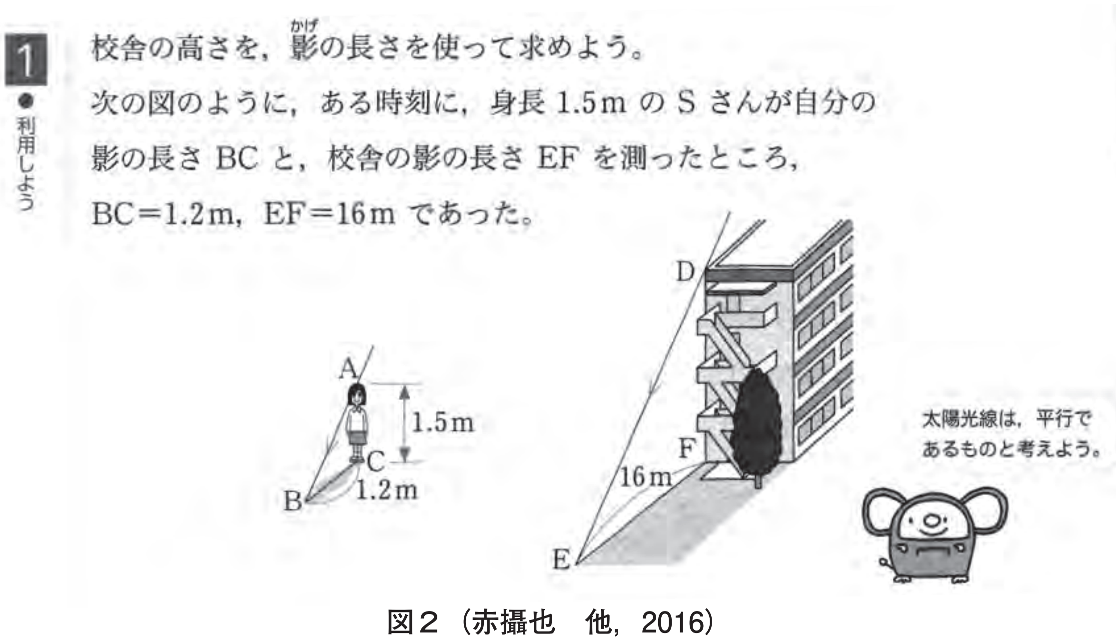


図２（赤攝也　他，2016）

題材の概要は教室の自分の席から黒板までの距離を求めることである。席替えの際などに視力などの理由から前の方の座席を希望する生徒はあるが，実際に黒板までの距離を測ることはほとんどない。そこで，**図２**の考え方を基にして黒板までの距離を求めることを課題として設定した。

授業では，黒板にＡ３サイズの紙を提示し，縦の長さを示した。生徒はそれを手掛かりに，２本の定規を**図３**のように組み合わせて自分の席から見える紙の大きさを測ることで，

自分の席から黒板までの距離を求めることができる。

この課題では，求めるものが自分の座席から黒板までの距離であるので，得られる結果が座っている位置によって異なる。そのため，生徒同士の対話は必然的に答え合わせではなく考え方や解き方，答えに至るまでの過程の確認となる。

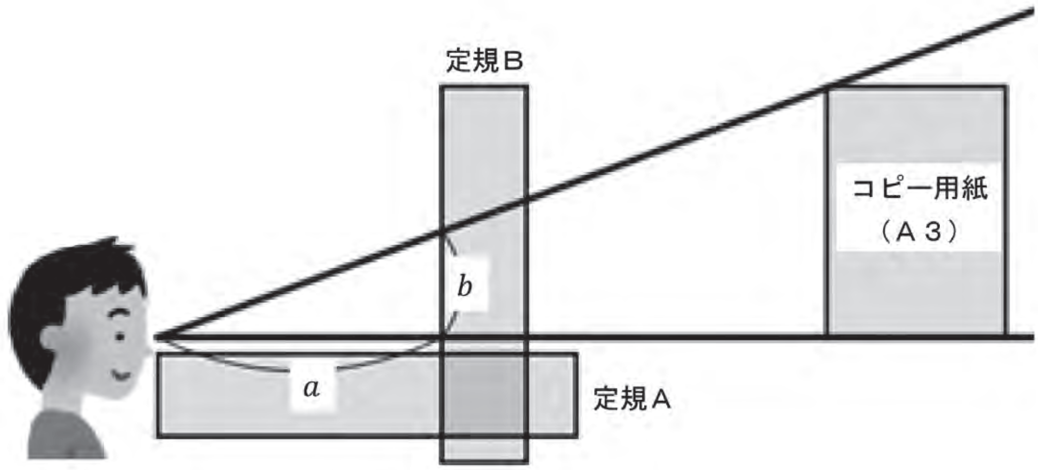


図３

４．授業展開について

（１）導入「課題提示と条件整理」…【指導者との対話】

授業では，生徒の主体性や対話を生むきっかけを作るために，展開や発問に工夫をした。まず，課題提示の場面では，黒板までの距離を求めることを伝えた上で，生徒各自に定規を２本用意させた。次に黒板にA３サイズのコピー用紙を縦が長くなるようにして掲示した。この後の展開は授業者の発問と生徒の回答のやり取りとして以下に記す。

授業者：それでは，黒板までの距離を求めてみましょう。
生　徒：え？　これだけで求められるんですか？
授業者：求められませんか？
生　徒：いくら何でも，これだけでは無理じゃないでしょうか。
授業者：確かに，これだけでは難しいかもしれませんね。では，ほかに何がわかれば求められますか？
生　徒：う～ん。
生　徒：紙の長さが知りたいです。
授業者：定規があるからそこから測ってみてはどうですか？
生　徒：ここから測っても，本当の長さがわからないと…。
授業者：紙の長さがわかれば，黒板までの距離を求めることができそうですか？
生　徒：たぶん。
授業者：では，紙の縦の長さを言います。42cmです。

授業者は初め，コピー用紙を黒板に掲示しただけで，長さも何も提示していない。この時点で黒板までの距離を求めよと発問しても求めることはできない。だが，この発問には，生徒に問題を解くために必要な情報に目を向けさせるという意図がある。この課題の前段階として，生徒は，校舎の高さを求める問題に取り組んでいる（**図２**）。このときに必要

としたのは，校舎の影の長さと人の身長及びその人の影の長さである。このことから，生徒は，紙の長さが黒板までの距離を求めることの手掛かりになると気付いたようである。初めから必要な情報をすべて明示するのではなく，問題を解くためには何がわかればよいのかを生徒自身に考えさせることで，課題解決の力が養われると考える。また，このような指導者との対話は，直接的に対話をした生徒のみならず，周りで聞いている生徒にとっても自身の思考を整理したり，深めたりする上で重要である。

（2）展開「自力解決と話し合い活動」…【自己との対話】【他者との対話】

黒板に掲示したコピー用紙の縦の長さを**図４**のように板書し，自力解決の時間を設けた。生徒は各自，定規を使って**図５**のように自席から測定を始めた。初めは解決方法が思い浮かばず戸惑っていた生徒もあったが，何人かの生徒が始めた測定が次第に全体に広がる様子があった。周りが測定を始めた様子を見て，考え方の糸口をつかむことができたようである。

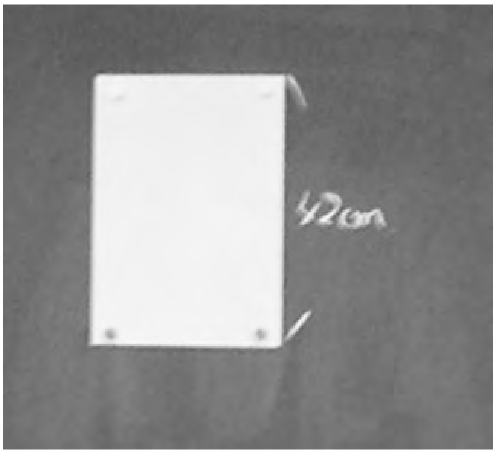


図４

図５

測定を終えると生徒はそれぞれ計算を始め，自席から黒板までの距離を算出した。距離を求め終わった生徒は，得られた結果が正しいかどうかを確かめたくなったようである。班学習の形式はとっていなかったが，自然と近隣の座席同士で結果を確認し合う様子が見られた。

ところがここで，生徒は普段の答えの確認とは異なる状況に直面することになる。「あれ，答えが違う」，「なんでだろう」，「どうやって求めた？」，「あ，そうか」と，そんな反応が聞こえてきた。普段の授業では，全員で同一の問題を解くことがほとんどであるので，結果も当然同じものとなり，答えの確認は文字通り同じ答えになったかどうかを確認することになる。しかし，今回の課題では，黒板から自席までの距離を求めているため，自分と近隣の座席の生徒とでは結果が異なる。生徒は答えよりも解き方を確認し合うことになる。同じ課題に取り組みつつ，得られる結果がそれぞれ異なることで，自然と対話が深まり，答えだけでなく，解き方，考え方を確認し合う様子が見られた。

（３）まとめ「集団解決」…【自己との対話】【他者との対話】

解答を得られた生徒が増えてきた段階で，それぞれに発表をさせ，**図６**のように板書してまとめた。個々に発表した解答を座席ごとに書き留めたものである。答えの単位はｍ（メートル）とし，小数第２位を四捨五入した値を発表させている。実測から算出している関係で誤差はあるが，黒板を中心におおよそ同心円状に広がっている様子が分かる。生徒たちは発表をしながら，自分の結果が近隣の座席に比べて大きくかけ離れた値になっていたときは計算を見直すなど，振り返りながらたしかめることができていた。

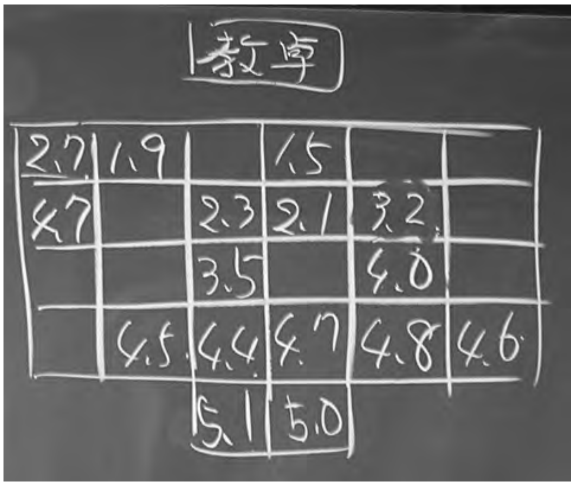


図６

ある程度の解答が出そろったところで，求め方を発表させ，全体で確認した。生徒の発表には，２通りの考え方が見られた。**図３**における，a の長さを固定して b の長さを測定する方法（以下，「測定①」）と，b の長さを固定して a の長さを測定する方法（以下，「測定②」）である。測定①では，例えば，a の長さを５cmと決め，その位置で定規Bを固定し，Ａ３サイズのコピー用紙の縦（42cm）が何cmに見えるかを測定する。一方，測定②では，b の長さを例えば３cmと決め，定規Bを動かしてＡ３サイズのコピー用紙の縦（42cm）が３cmに見えるときの a の長さを測定する。

解答の例　＜測定①＞の場合

a ＝５cmとしたときの b の長さが1.2cm，黒板までの距離をx，

コピー用紙の縦の長さを h とすると，$a:b=x:h$ であるので，

$5:1.2=x:42$

$x=175$　　　　　　<u>答え　約　1.8 m</u>

＜測定②＞の場合

b ＝３cmとしたときの a の長さが12cm，黒板までの距離をx，

コピー用紙の縦の長さをh とすると，$a:b=x:h$ であるので，

$12:3=x:42$

$x=168$　　　　　　<u>答え　約　1.7 m</u>

上記のように，測定の仕方によって解き方の過程は異なるが，どちらも正しく距離を導くことができることを全体で確認した。

５．考察と今後の課題

本実践では，対話を生み出すことを目的として開発した教材を扱った。考え方や解法は同じでも，生徒個々の置かれた立場や場面（今回でいえば座席の位置）によって答えが異なる課題に取り組ませたことで，生徒同士の対話を引き出すことができた。対話の内容に

ついても答えの確認ではなく，考え方，解き方に関する意見交換が主となったことは大きな成果である。また，実践における生徒の活動の様子から，対話を生み出すきっかけは生徒が自分の考えが正しいかどうかを確かめたいと感じたときに生まれることがわかった。

対話については，「指導者との対話」，「自己との対話」，「他者との対話」に分けてとらえた。今回の題材では，導入の条件確認の場面で「指導者との対話」があり，展開部分や集団解決の場面で「自己との対話」や「他者との対話」が生まれるようにした。導入場面での「指導者との対話」や展開，まとめの場面での「他者との対話」は生徒の思考を深めるもことに効果的だったが，「自己との対話」については，十分なものではなかった。自力解決の過程や他者の考えを聞いて自分の考えを振り返ることを「自己との対話」ととらえることもできるが，生徒自身の変容をいかにして評価するかは今後の検討が必要である。これらの対話の形態は１時間の授業ですべて行わなければならないものではない。題材や展開によってより効果的に取り入れていく方法を考えたい。

今回の黒板までの距離の求め方を活用すれば，地域のシンボルタワーなど高さがわかっているものがあれば，そこから現在地までのおおよその距離を求めるという活動を行うこともできる。校舎の高さを求める問題の発展課題として扱ったが，さらに発展・活用させていくこともできるであろう。

一方で正確性については課題がある。定規を使っての目測での計測となるため，誤差が大きくなる。**図３**における a の長さを５cmと固定して計測する場合，実際の距離が５mだとすると，b の測定値における１mmの誤差は，結果には10cmの誤差となって表れる。教室内でも，測定の仕方によっては正しい計算をしていても前後の座席で逆の結果となってしまう場合があった。実用的には課題の残る部分であるが，複数の結果を平均するなど，何人かで協力して計測したり，複数回の計測を行って比較したりするなど，対話を伴う活動を行うことも考えられる。今後も対話を生み出す題材を研究，開発していきたい。

＜引用・参考文献＞

中央教育審議会（2016），幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領の改善及び必要な方策等について（答申），http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/__icsFiles/afieldfile/2017/01/10/1380902_0.pdf，p.141　（2020.4.25最終アクセス）

文部科学省（2018），中学校学習指導要領解説　数学編，日本文教出版，p.23

赤攝也　他（2016），新版　数学の世界　３，大日本図書，p.164

9　主体的・対話的で深い学びを目指す算数・数学科の学習指導の研究
―三平方の定理を振り返る深い学びの授業―

茨城県光輝学園つくば市立手代木中学校教諭　平嶋　友輔

1．はじめに

算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ（2016）の算数・数学の学習過程のイメージ（**図１**）では，日常生活や社会の事象，数学の事象ともに結果を振り返ることで次の問題発見・解決の過程につなげていくことが示されている。これまでの授業では，結果が出たら終わりとなることが多かったため，結果を次の課題につなげ，「答えが出てからが数学」となるような授業を展開することで，主体的・対話的で深い学びの授業の実現に迫っていきたい。

本稿では，三平方の定理の振り返りを教材とした授業実践と，授業後の生徒の振り返りの記述を分析することを通して，主体的・対話的で深い学びの授業の具体化に迫ることを目的とする。

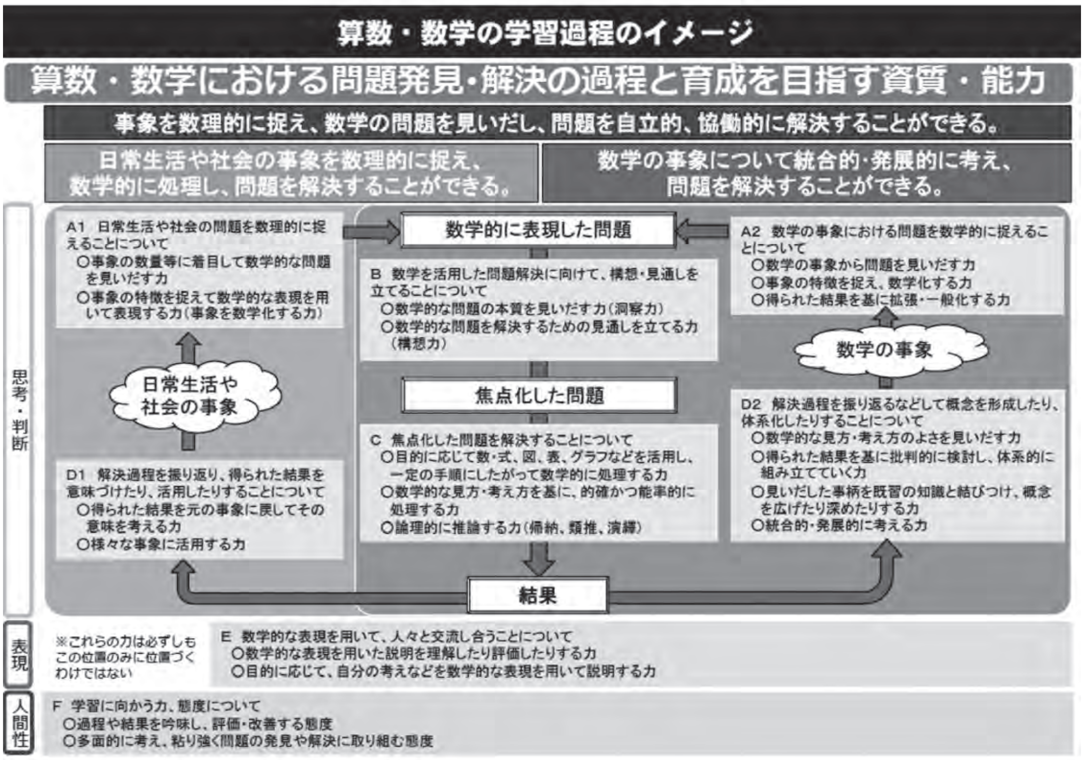


図１　算数・数学の学習過程のイメージ

2．授業のねらい

三平方の定理は，直角三角形の３つ辺の長さの関係を表すとともに，各辺を１辺とする３つの正方形の面積の関係も表している。単元の前半に，直角三角形の各辺にできるそれ

ぞれの正方形の面積に着目し，斜辺にできる正方形の面積は，その他の２辺にできる正方形の面積の和になるのではないかと予想を立て，定理の証明を行う。その後の学習では，主に辺の長さの関係をもとに線分の長さや２点間の距離などを求めるなどの学習が中心となり，形式的に当てはめて使うだけになってしまうことが多い。

本授業では，三平方の定理「$a^2 + b^2 = c^2$」の振り返りを，直角三角形の各辺にできる３つの正方形を相似な図形と捉え直し，各辺にできる図形を正三角形や半円などに変えても，相似であれば斜辺にできる図形の面積は，その他の図形の面積の和になるという関係は成り立つかどうかを考察することで行う。既習である三平方の定理（$a^2+b^2=c^2$）を使うことで，相似であれば斜辺にできる図形の面積は，その他の図形の和（$ka^2+kb^2=kc^2$）となることを導くことができる。

また，既習である三平方の定理を振り返ることで，三平方の定理の式の図形的な解釈を深めるとともに，より広い意味で定理を捉え直すことで，**図１**，D2の「見いだした事柄を既習の知識と結びつけ，概念を広げたり深めたりする力」が育成されると考える。

３．授業の実践「三平方の定理」

（１）　学習計画及び評価の観点（14時間扱い）　本時14／14時

１節　三平方の定理の発見，証明，直角三角形の辺の長さ　・・・第１～４時
２節　図形の計量　・・・第５～10時
３節　三平方の定理の利用，練習問題　・・・第11～13時

時	学習内容	評価規準（育成する資質・能力）
14 （本時）	○直角三角形の各辺にできる図形が相似であれば，斜辺にできる図形の面積はその他にできる図形の面積の和になるかを考える。	三平方の定理で成り立つ面積の関係を振り返って，直角三角形の各辺にできる図形を相似と捉え，正方形以外の場合の面積の関係について調べることを通して，既習である三平方の定理の式とまわりにできる図形の面積の関係を考えることができる。 （思考力・判断力・表現力）

（２）単元の目標

知識・技能	思考力・判断力・表現力	学びに向かう力・人間性
三平方の定理の意味を理解し，それが証明できることを知ること。	三平方の定理を見いだすことができる。 三平方の定理を具体的な場面で活用することができる。	三平方の定理や，定理を使った解決の過程を考察し振り返って，よりよく問題を解決しようとする。 三平方の定理を具体的な場面で活用しようとする。

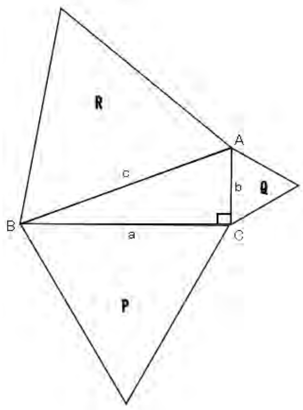
（３）本時の指導

①　目標

・三平方の定理で成り立つ面積の関係を振り返って，直角三角形の各辺にできる図形を相似と捉え，正方形以外の場合の面積の関係について調べることを通して，既習である三平方の定理の式とまわりにできる図形の面積の関係を考えることができる。

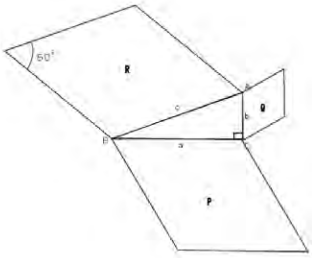
（思考力・判断力・表現力）

② 展開

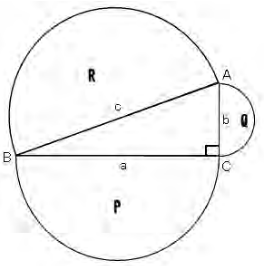
	学習活動・内容	指導上の留意点・評価
導入5分	T　直角三角形における三平方の定理とはどんな定理でしたか？ C　$a^2+b^2=c^2$ T　この式は直角三角形の辺の関係以外に，どんな関係を表していますか？ C　まわりにできる正方形の面積の関係。 T　そうです。斜辺の正方形の面積は，その他の正方形の面積の和になるというものでしたね。 T　この，３つの正方形はそれぞれ大きさが違います。このような図形を何といいましたか？ C　相似。 T　そうですね。では，正方形を正三角形に変えた場合，面積の関係はどうなるでしょうか？	・最初に直角三角形のみを提示し，三平方の定理や，各辺を１辺とする正方形の面積の関係を確認し，本時の学習では，正方形を正三角形に変えたらどうなるかを調べるということを明確にする。 ・すでに成り立つことがわかっている三平方の定理を確認するとともに，それらのまわりにできる正方形を相似な図形として捉えられるようにする。
展開①15分	**1　場面を把握する。** 次の図は３辺の長さが，それぞれ，a，b，cの直角三角形ＡＢＣの各辺を，それぞれ１辺とする正三角形をかいたものです。  ３つの正三角形の面積をそれぞれＰ，Ｑ，Ｒとするとき，Ｐ＋Ｑ＝Ｒは成り立つだろうか？ **2　自力思考** $P+Q=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2+\frac{\sqrt{3}}{4}b^2$　・・・① $R=\frac{\sqrt{3}}{4}c^2$　・・・② ①と$a^2+b^2=c^2$から $P+Q=\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2+b^2)=\frac{\sqrt{3}}{4}c^2$　・・・③ ②，③より，P+Q=R（$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2+\frac{\sqrt{3}}{4}b^2=\frac{\sqrt{3}}{4}c^2$）	・問題を提示後，すぐに個人で考える時間をとる。 ・等式の証明は慣れていないため，最初から$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2+\frac{\sqrt{3}}{4}b^2=\frac{\sqrt{3}}{4}c^2$と結論を述べてしまう生徒がいると予想される。全体の様子を見ながら，左辺の式を変形するとどうなるかを発問し，既習である三平方の定理を活用することで右辺の式を導くことができることを確認する。
	正方形を正三角形に変えても，直角三角形の斜辺にできる図形は，その他の辺にできる図形の面積の和になる。	
	T　正三角形でも同じことが成り立ちましたね。これ以外の場合でも成り立つでしょうか。 C　成り立つと思う。 C　調べてみないとわからないな。	・３つの図形が相似であれば，成り立つのではないかという予想が立てられるように発問をしていく。

展開② 25分	3　課題を知る。 直角三角形の各辺にできる図形が相似であれば，斜辺にできる図形の面積はその他にできる図形の面積の和になるだろうか。 T　次の場合も成り立つか調べてみよう。	

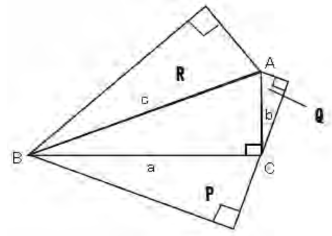
ア　ひし形



イ　半円



ウ　直角三角形
（斜辺にできる直角三角形は
もとの直角三角形と合同）



	4　全体で検討する。 T　ア，イ，ウを調べてみてどうでしたか？ C　どれも成り立ちました。 C　アとイは証明できた。 T　３つの図形が相似であれば，P＋Q＝Rは成り立ちそうですね。その中でも，$a^2+b^2=c^2$になるのはどんな図形のときですか？ C　正方形のときです。	・相似であれば成り立つことを確認する。また，正方形以外だと $ka^2+kb^2=kc^2$ になりそうだということも確認する。
まとめ 5分	5　まとめと振り返りをする。 直角三角形の各辺を１辺とする相似な図形の面積の関係は，$ka^2+kb^2=kc^2$となり，正方形の場合，$a^2+b^2=c^2$と，三平方の定理の式になる。	㊞三平方の定理で成り立つ面積の関係を振り返って，直角三角形の各辺にできる図形を相似と捉え，正方形以外の場合の面積の関係について調べることを通して，既習である三平方の定理の式とまわりにできる図形の面積の関係を考えることができる。 （観察・振り返りの記述）

4．考察（ノート分析男子16名，女子11名，計27名）

（1）証明の記述

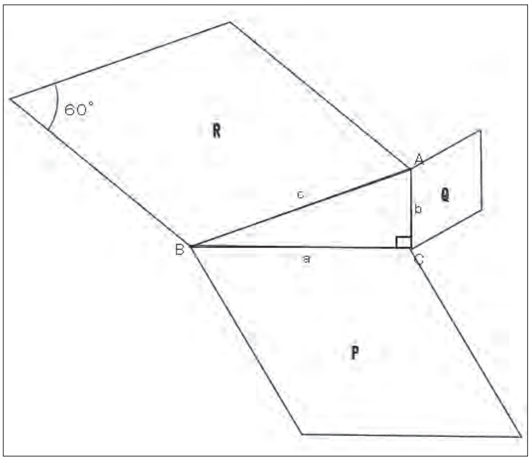
生徒のノートから，ひし形，半円，直角三角形のそれぞれの証明を**表１**の評価規準をもとに分類した。a の場合，理解が十分に図れていると判断し，b，c の場合，十分な理解が図れているかわからない，または，言えないと判断する。なお，最初の問題として提示した正三角形の証明は，生徒が恒等式の証明に慣れていないことから，証明方法を教師主導で進めたため，その後のひし形，半円，直角三角形の証明内容を考察対象とした。

段階	評価規準
a	板書にない内容の記述がある
b	板書の内容と同じ
c	結論に至っていない
d	その他

表１　証明の評価規準

①ひし形（60°の角がある特別なもの）

a が20人，b が４人，c が２人，d が１人であった。a の生徒のうち13人が，ひし形として再度それぞれの面積を求め（**図２**），７人が，最初に提示した正三角形２つ分であることを生かしてそれぞれの面積を求め（**図３**），証明を行っている。**図２**では，ひし形を



２つに分け，再度正三角形の面積を求めてから２倍している。このように，既にわかっていること（正三角形の面積）を生かせる生徒が少ないのは，問題の条件が変わったときに，何が変化したのかを捉える力が弱く，新しい（別な）問題として見てしまうからではないかと考えられる。また，正三角形の場合，$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2+\frac{\sqrt{3}}{4}b^2=\frac{\sqrt{3}}{4}c^2$ が成り立つことを生かせば，①のひし形は正三角形の場合の等式の両辺を２倍した形になり $2\left(\frac{\sqrt{3}}{4}a^2+\frac{\sqrt{3}}{4}b^2\right)=2\times\frac{\sqrt{3}}{4}c^2$ と表すことができる。そのような見方をしている生徒（**図４**）が１人だけいた。授業で取り上げることができれば，図の変化と式の変化を対応させることができ，変化を捉える力を養うことにつながったのではないかと考えられる。

図５はｄ，その他に分類した生徒のノートである。記述は何もされていないが，図の補助線から等積変形して調べようとしたのではないかと考えられる。この考えを取り上げ，議論の対象とすることでひし形以外でも成り立つということや，高さ（縦）の比を変えなければ相似でなくても成り立つときがあるのではないかということを考えるきっかけになったかもしれない。

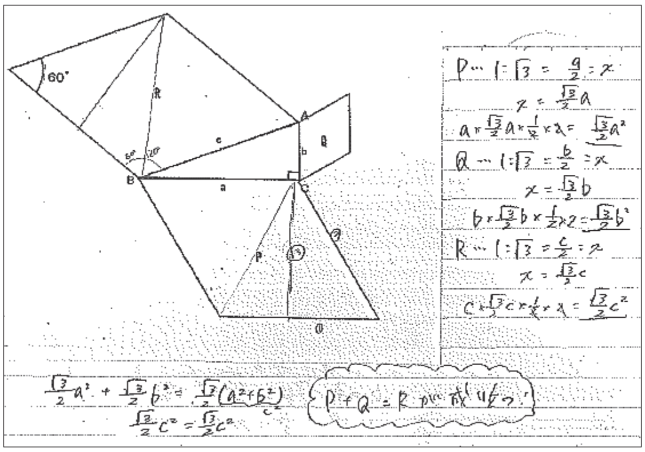


図２　I．Aの記述

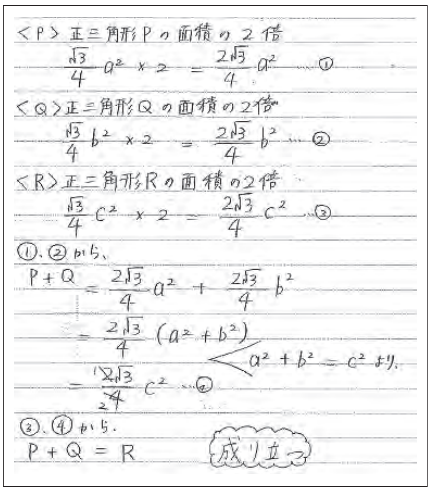


図３　S．Rの記述

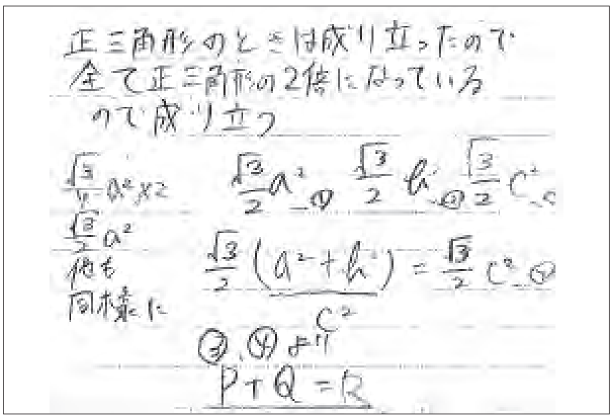


図４　Y．Kの記述

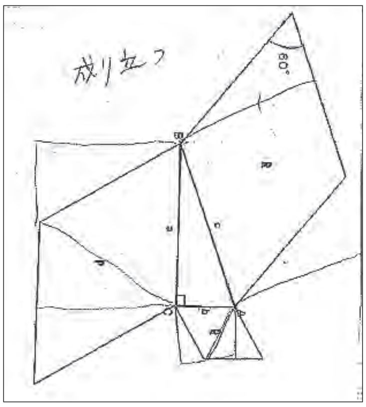
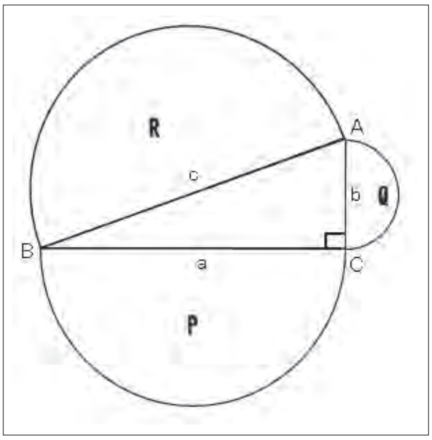


図５　E．Yのノート

②半円



ａが21人，ｂが５人，ｃが１人であった。半円の面積を求めることは比較的容易であったため，これ自体の証明はほとんどの生徒が自分の力で行うことができていた。ｂの人数がひし形のときより増えているのは，ひし形の証明に時間がかかり，半円を考える時間がなくなってしまったためである。半円の場合は成り立たないのではないかと思っている生徒が多角形の時より多くいたため，実際に証明することで驚きや不思議さを実感することができるものとなり，興味をもって取り組むことができていた。一方で，円になってしまうと多様な考えが生まれにくく証明して終わりになってしまうので，次につながりにくいという課題があった。あえて円を取り上げず，③の直角三角形や別な多角形の場合を調べ，相似比や相似な図形の関係を深める展開も有効であるかもしれない。

また，ｃとなっている生徒は①のひし形でｄと分類した生徒（E．Y）である。その生徒は，半円の面積を求めるのに，a，b，cをそれぞれ３，４，５と具体的な数字に置き換え，それぞれの半円の面積を求めている（**図６**）。結論には至っていないが，Ｐ＋Ｑ＝Ｒになりそうであることは考えられている。この生徒は，最初の正三角形や直角三角形の場合も同様に考えていた。演繹的に証明を行うことが難しい場合，このように帰納的に考えた結果を予想することは，大切な考え方である。

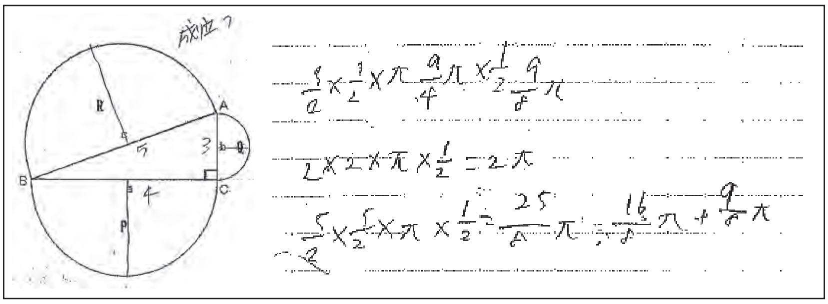
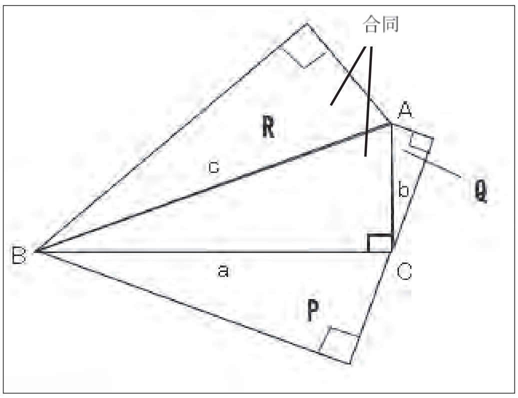


図６　E．Yのノート

③直角三角形



ａが２人，ｂが４人，ｃが21人であった。今までとは違い面積を求めるのに必要な高さが簡単には求められない問題であったため，結論に至らない生徒が大多数であった。**図７**は対応する辺の比からそれぞれ直角三角形の高さを求め，①，②と同様に面積の関係を式に表した生徒である。ここでは，ｃに該当する生徒を**表２**でさらに分類し，分析を行った。

21人中11人と最も多かったのが，斜辺にできる直角三角形の面積を$R=\frac{1}{2}ab$と求めたところで終わっている生徒（**図８**）である。そ

れぞれの直角三角形の面積を求めようとしたが，PとQの直角三角形の高さがわからないため止まってしまったのだと考えられる。生徒は，相似であれば対応する辺の比がすべて等しいことや，対応する角の大きさがそれぞれ等しいといったことは知識としてもっている。もっている知識を活用することができていないことがよくわかる結果であった。３つの図形が相似であることを前提として授業を行ったが，**図７**の生徒のように，ほとんどの生徒が相似な図形の対応する辺の関係を捉えることができていないことには課題が残った。

分類	人数
斜辺の直角三角形の面積のみ	11
１：２：$\sqrt{3}$の直角三角形として考えている	5
面積比に着目	1
合同の証明	1
P＋Q＝Rの結論のみ・記述なし	3

表２　直角三角形でCに該当した生徒の分類

次に多かったのが直角三角形を１：２：$\sqrt{3}$と特別な直角三角形としてそれぞれの辺の長さを表して面積を求めようとしたものである。例えば**図９**からは，特別な直角三角形と仮定して調べているのか，直角三角形であれば必ず１：２：$\sqrt{3}$となると思っているのかは記述がないためわからないが，このように考えた生徒が５人もいた。

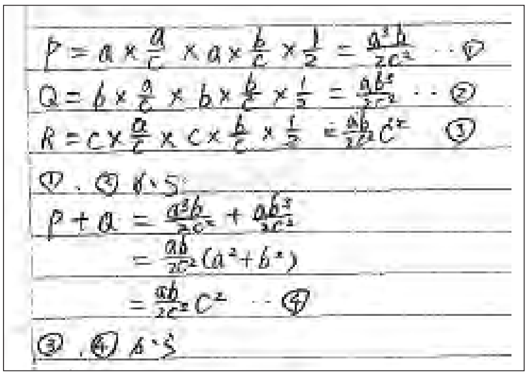


図７　N．Gのノート

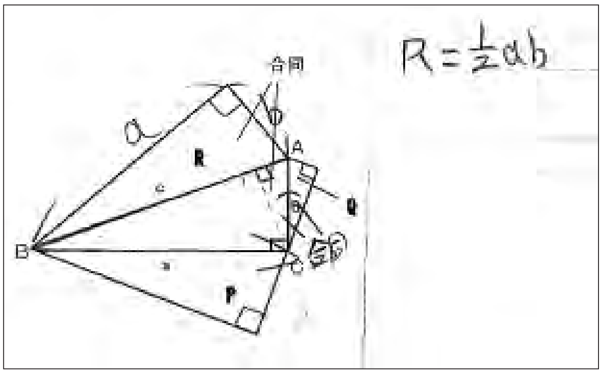


図８　H．Sのノート

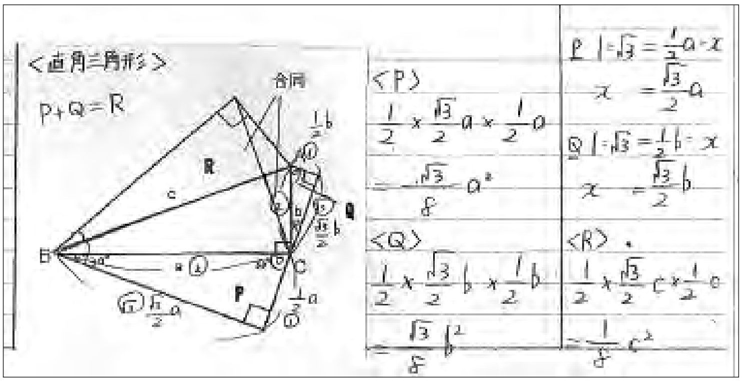


図９　S．Rのノート

図10は，相似な図形の面積比に着目したと見られる生徒のノートである。それぞれの面積を求めることができなかったために，別な方法はないかと考え，知っている知識を活用したものと思われる。証明には至っていないが，この関係はどんな図形の場合でも成り立つものであり，どんな図形でも成り立つのかを証明しようとしたときに鍵となる考えである。もっている知識をなんとか活用した跡が見られる記述である。

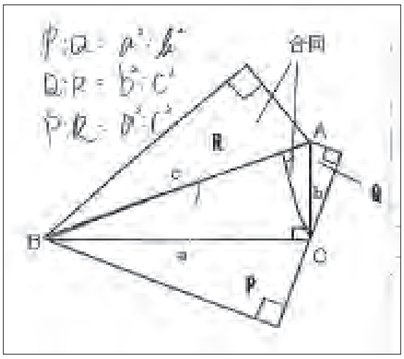


図10　K．Yのノート

図11の生徒は，面積比を使って証明を行っている。この生徒は，半円の証明を終えた段階で面積比に着目し，面積比の関係を基に証明を考えていた（図12）。さらに，直角三角形のまわりにできる相似な図形の面積の関係について，図13のように記述している。

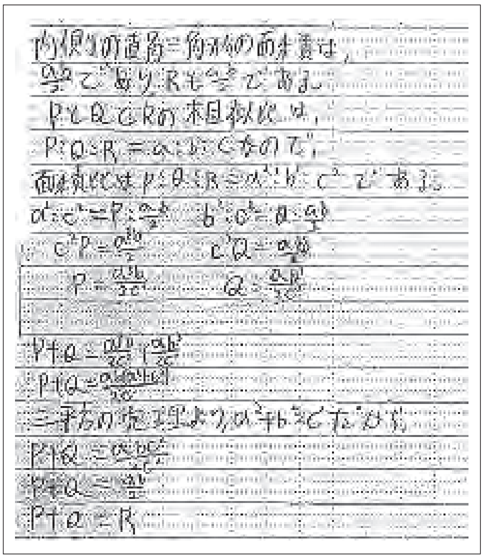


図11　K．Kのノート

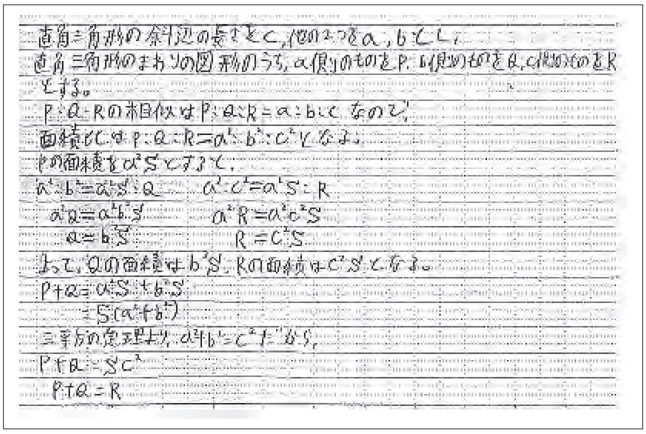


図12　K．Kのノート

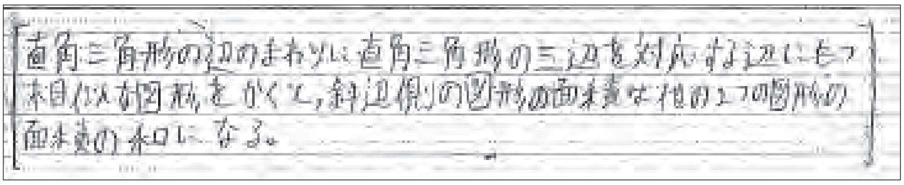


図13　K．Kのノート

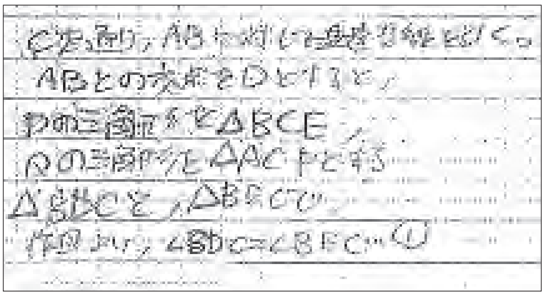


図14　I．Kのノート

授業の最後に，直角三角形ＡＢＣのＡからＢＣに垂線をひくと，分けられた２つの図形がそれぞれP,Qと合同となることから，Ｐ＋ＱがRにぴったり重なりP+Q=Rがわかることを紹介した。図14のように，実際に合同であることを証明しようとする生徒も見られた。

直角三角形で面積の関係を調べることで多

様な考えを引き出すことができることがわかった。生徒の考えを使って相似な図形の対応する辺の関係に着目していくことができたり，面積比に着目できたりと，深い学びに向かっていける教材であると考えられる。

（2）振り返りの記述

表３は振り返りの記述を３つの観点で分類整理した結果である。本授業が生徒にとって深い学びとなっているか，a及びｂの記述の人数，記述内容を注視していきたい。まず，人数であるが，**表３**から a と b の合計が12人である。半数近くの生徒が次の課題につながる記述をしていることがわかる。次ページにかけての**図15〜19**は a に分類した生徒の記述である。

分類		人数
a	自分の考えや，具体的に図形を挙げたり，仮定を変えたりして発展的に考察を進めようとする記述	5
b	違う図形（平面図形）ではどうなるかという，本時の授業をさらに深めようとする記述	7
c	感想，授業のまとめと同じような内容の記述	15

表３　振り返りの記述の分類

図16，17の生徒は平面から空間に次元を変えたらどうなるのかという，新たな課題を見いだしている。

次ページの**図18**の生徒の「相似でない図形でも成り立つものがあるのか」という記述から，批判的な思考が読み取れる。本授業の前提である，相似という条件を変えたらどうなるのかという課題を見いだしている。

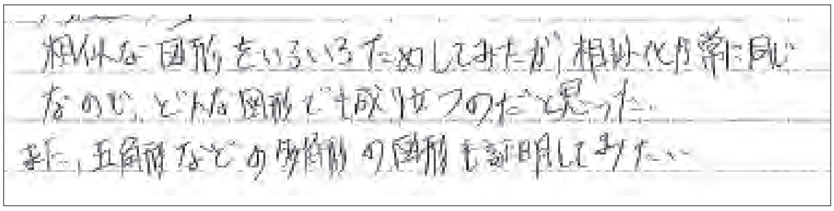

相似な図形をいろいろためしてみたが，相似比が常に同じなので，どんな図形でも成り立つのだと思った。
また，五角形などの多角形の図形も証明してみたい。

図15　N. Hのノート


相似であれば正方形じゃなくても[illegible]が成り立つと[illegible]驚いた。立体になると，たとえば立方体だと成り立つのか調べてみたい。
対角線を引くと合同なことに気づけてよかった。

図16　I. Iのノート

次ページの**図19**の生徒は，**図13**で一般性に気付いていた生徒の振り返りである。今まで学習した他の定理はどうなのか，三平方の定理以外の定理まで視野が広がっている。

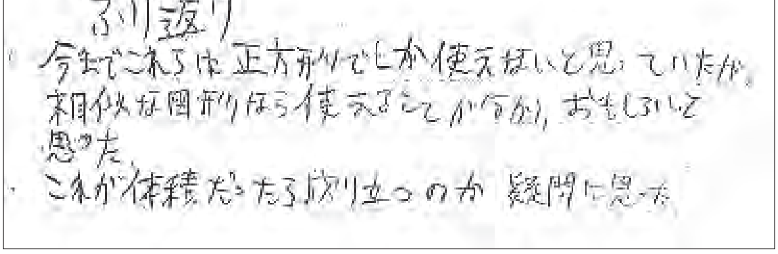

ふり返り
・今までこれらは正方形でしか使えないと思っていたが，相似な図形なら使えることが分かり，おもしろいと思った。
・これが体積だったら成り立つのか疑問に思った。

図17　S. Yのノート

<振り返り>
どのような条件なら P+Q=R が成り立つか
を考えながら証明をすることができた。
相似でない図形でも P+Q=R が成り立つものが
あるのかどうか調べたい。

図18　K．Cのノート

どんな図形でも成立することが証明できた。
辺の関係を表す式を応用すると面積の関係を表す式にすることができ
るのなら他の定理を応用したらまた新たな定理を導けると思った。

図19　K．Kのノート

ｂに分類した生徒の主な記述は**図20**，**21**のようなものである。ｂの７人のうち，**図20**のように他の図形でも調べてみたいという記述と同様の記述が４人，**図21**のように，具体的に他の平面図形を挙げて調べてみたいと記述している生徒が３人である。どちらも本時の授業をさらに深めるために違う図形でも調べてはどうかと，次の課題を見いだすことができている。

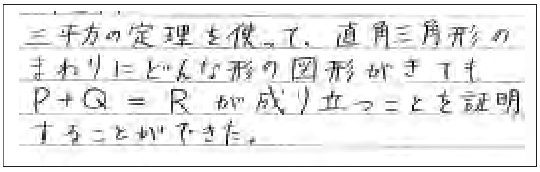
P+Q=Rは正方形でしか成り立たないと最初は
思っていたけど相似な図形なら成り立ちそうという
ことが分かり、おもしろかった。実際に時間があれば
他の図形でも挑戦してみたい。

図20　N．Rのノート

P+Q=R が成り立つことが分かった。本当にどんな図形
でも成り立つのか、調べてみたいと思った。正五角形などを
調べてみたい。

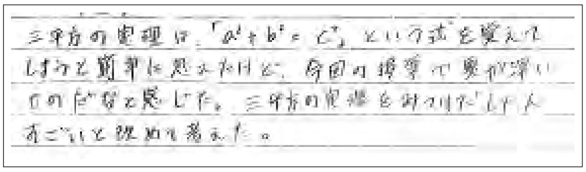
図21　I．Aのノート

ｃに分類した生徒のうち，次ページの**図22**のように本時の授業で行ったことや，「P＋Q＝Rが成り立つことがわかった」と本時のまとめと同様の内容を書いている生徒が10人であった。また，「授業が楽しかった」，「証明することができてよかった」などの感想を記述している生徒が４人いた。次ページの**図23**の生徒の記述から，本時の授業を通して三平方の定理を覚えて使うだけでなく，定理の理解が深まったように思える。さらに，定理の発見にも触れており，興味や関心に高まりが見られる内容である。



三平方の定理を使って、直角三角形のまわりにどんな形の図形がきても
P+Q=Rが成り立つことを証明することができた。

図22　S. Rのノート



三平方の定理は「$a^2+b^2=c^2$」という式を覚えてしまうと簡単に思えたけど、今回の授業で奥が深いものだなと感じた。三平方の定理を見つけた人すごいと改めて考えた。

図23　K. Nのノート

5．おわりに

本稿では，既習である三平方の定理を振り返り，三平方の定理の式の図形的な解釈を深めるとともに，より広い意味で定理を捉え直すことで，主体的・対話的で深い学びの授業の具体化に迫った。具体的には，直角三角形の各辺にできる３つの正方形を相似な図形として捉え直し，各辺にできる図形を正三角形や半円などに変えても，相似であれば斜辺にできる図形の面積は，その他の図形の面積の和になるという関係は成り立つかどうかを教材として実践を行い，生徒のノートを分析し検証を行った。生徒の振り返りの記述から，次につながるような新たな課題を見いだしている生徒が半数近くいたことから，主体的・対話的で深い学びとなる授業の具体化に迫ることができたのではないかと考える。一方で，半数近くの生徒は結果で終わってしまっていることもわかった。結果を次にどう生かすのか，生徒が自然と「答えがでてから数学」が始められるように毎時間の積み重ねが必要であるとともに，新たな教材開発が課題である。

＜引用・参考文献＞

文部科学省（2018）『中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編』日本文教

文部科学省（2016）『算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ』

G.ポリア（1954）『いかにして問題をとくか』（柿内賢信訳）丸善

G.ポリア（1959）『帰納と類比』（柴垣和三雄訳）丸善

10　学習活動の質の向上を実現するための教材例

東京学芸大学附属国際中等教育学校　本田　千春

1．はじめに

「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けて，通常行われている学習活動の質の向上が求められている。そこで本稿では，知識伝達型授業が多く見られる高等学校の数学の授業において，生徒たちが，目的意識をもち，主体的に取り組むことができる教材を扱うことで，学習活動の質の向上を実現することができるのではないかと考えた。

2．ガモフの宝探し問題

（1）問題の概要

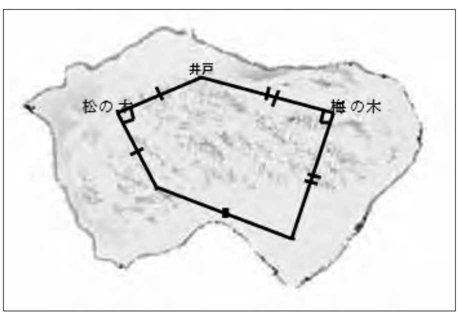
冒険家の男が，ある無人島で次のような古文書を発見した。

「この島にある井戸から松に向かって真っすぐに進み，そこから右に90度曲がって同じ距離だけ進み，そこに杭を打て。次に，同じ井戸から梅の木に向かって真っすぐ進み，そこから左に90度曲がって同じ距離だけ進み，そこに杭を打て。2本の杭の真ん中に財宝を埋めた。」

この島には松の木と梅の木はあったが，井戸は土に埋もれてしまったらしく，どこにも見当たらなかった。しかしこの男は宝を発見することができたという。宝の場所はどこだったのだろうか。

この「ガモフの宝探し問題」は理論物理学者であるジョージ・ガモフによって考えられた。ジョージ・ガモフはビッグバン理論の創始者である。この問題は啓林館の教科書『数学活用』に「パソコンで学ぶ幾何学」というタイトルで掲載されている。また，現行の高校学習指導要領数学編解説では次のように記述されている。

> 例えば，次のような「財宝探しの問題」を取り上げる。「ある島に井戸と松の木と梅の木がある。井戸から松の木まで歩いていき，左回りに 90 度向きを変え，同じ距離だけ進み，そこに杭を打つ。さらに，井戸から梅の木まで歩いて行き，右回りに90度向きを変え，同じ距離だけ進み，そこに杭を打つ。この杭と杭の真ん中の地点に財宝を埋めたと，古文書には書いてある。その財宝を見付けようと，行ってみると松の木と梅の木はあるが，井戸が埋まってしまっていて，見付けられなかった。あなたは，財宝を見付けられるか。」生徒一人一人に井戸の位置を仮定させ，



作図により，財宝の位置を求めさせる活動を行う。それらの活動をもとに，財宝の位置が井戸の位置によらず決まりそうなことを予想する。そして，平面幾何に関するソフトウェアなどを利用して，井戸がどの位置にあっても財宝の位置が変わらないことを視覚的に確かめ，なぜ，そのような結果になるのかを話し合わせる。なお，生徒の実態等を踏まえ，その理由を図形の性質を用いて証明させることも考えられる。

本問題のよい点として，平面幾何を使う解法，三角関数を使う解法，ベクトルを使う解法，複素数平面を使う解法など，様々な解法で解決ができるという点があげられる。特に，複素数平面の回転を用いて解決する方法がシンプルでわかりやすい。ガモフはこの問題を通して複素数の有用性を感じてほしいというねらいをもっていた。また，90度という回転角や同じ距離という条件を変えたり，木の数を増やしたりしても成り立つかなど，拡張したり一般化したりすることもできる点においてもよい問題であるといえる。

（２）問題の解決

平面幾何に関するソフトウェアなどを利用しなくても，条件に合うよう何通りか作図すると，井戸の位置によらず宝の位置が不動点であることが予想できる。ソフトウェアなどを利用して作図すると，井戸の位置を自由に動かすことができ，宝の位置が不動点であることが視覚的に捉えやすい。また，井戸の位置を動かしながら変化しない部分に着目させることで，宝の位置は，井戸の位置によらず常に一定で，松の木と梅の木を結ぶ線分を斜辺とする直角二等辺三角形の直角の頂点であることにも気づかせたい。

実際にGeoGebraを用いて作図し，井戸の位置を変えてみると**図１**のようになる。宝の位置（M）が不動点であることに気づきやすいという効果がある。

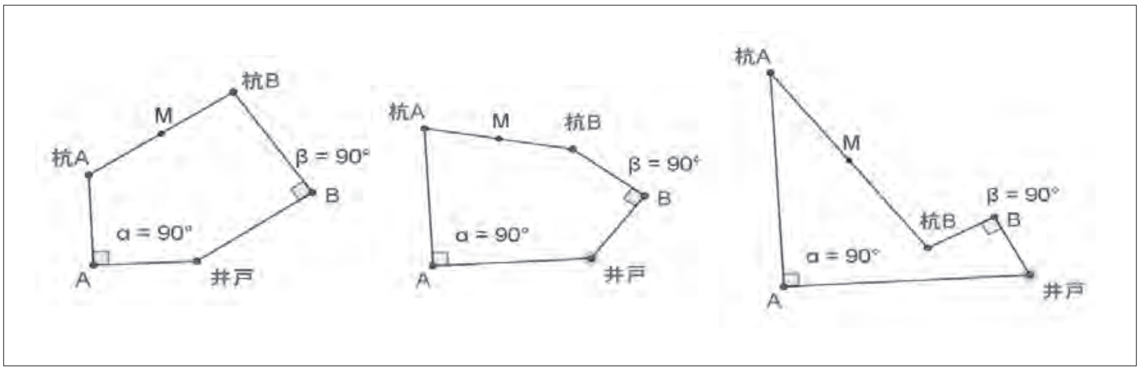


図１　GeoGebraで作図し井戸の位置を変えた図

点MはＡＢの中点Ｎのまわりに，点Ｂを90°回転させた位置にある。すなわち，点Mは，ＡＢを斜辺とする直角二等辺三角形ＡＢＭの頂点の一つである。中学２年生で学習する，「辺の等しい二等辺三角形を二つ組み合わせると直角ができる」が見られる。

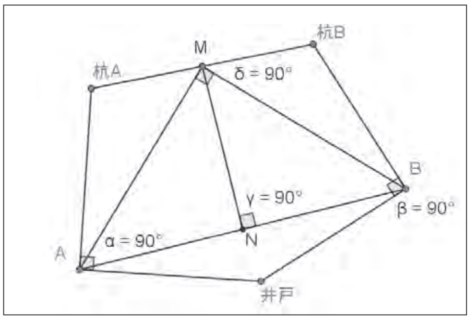


図２　点Mの意味がわかる図

次に，複素数を用いた解答を考えてみる。松と梅の木の位置をそれぞれＡ，Ｂとし，それを表す

複素数をそれぞれz_a，z_bとし，井戸の位置を表す複素数をz_0とする。このとき，杭A，杭Bの位置を表す複素数をそれぞれz_1，z_2とすると，

$$z_1=(z_0-z_a)\cdot i+z_a$$
$$z_2=(z_0-z_b)\cdot(-i)+z_b$$

となる。したがって，宝の位置 z は，

$$z=\frac{1}{2}(z_1+z_2)=\frac{z_a+z_b}{2}+\frac{z_b-z_a}{2}i$$

となる。いま，AとBの中点Nを表す複素数をμとすると，

$$z=\frac{z_a+z_b}{2}+\frac{z_b-z_a}{2}i=\frac{(z_a+z_b)}{2}+\left(z_b-\frac{z_a+z_b}{2}\right)i=\mu+(z_b-\mu)i$$

となるので，宝はＡＢの中点Ｎのまわりに，点Ｂを90° 回転させた位置にあることがわかる。すなわち，線分ＡＢを斜辺とする直角二等辺三角形のもうひとつの頂点がMであり，そこに宝がある。よって，点MはＡＢを斜辺とする直角三角形の頂点である。

（3）ガモフの問題の拡張

① 回転の角度を変えてみる

宝の位置が不動点になっていることで，井戸の位置に関係なく宝の位置が求められることがわかったが，このような点は90度回転のときだけなのかを考える。90度以外の角度でも宝の位置が不動点になることをGeoGebraなどで探究し，複素数平面を用いて，宝の位置が不動点であることを見いだす活動が考えられる。

問題では，「松の木では右回転，梅の木では左回転」というように回転の向きを変えていたが，本質は，回転の向きは同じで，松の木でθ°回転ならば梅の木で（$\theta+\pi$)°回転すればよい。

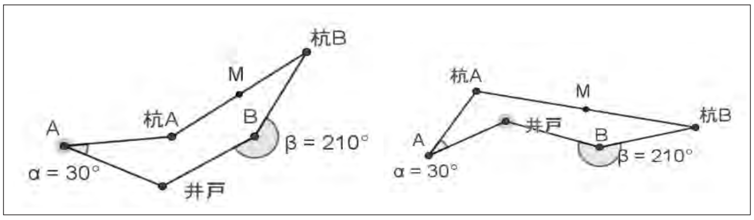


図３　θ＝30° の場合の図

点MはＡＢの中点Ｎのまわりに，点Ｂを30° 回転させた位置にある。すなわち，点Mは，ＡＢを斜辺とする直角三角形ＡＢMの頂点の一つである。ここでも，中学２年生で学習する，「辺の等しい二つの二等辺三角形を組み合わせると直角ができる」が見られる（**図４**）。

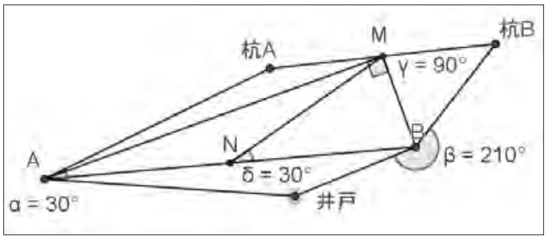


図４　辺の等しい二つの二等辺三角形を描いた図

<解答例>

井戸Z_0から進み,松の木Z_aでθだけ回転して同じ距離だけ進むとき，杭の位置Z_1は

$$Z_1=(Z_0-Z_a)(\cos\theta+i\sin\theta)+Z_a$$
$$=Z_0(\cos\theta+i\sin\theta)-Z_a(\cos\theta+i\sin\theta)+Z_a$$

梅の木Z_bで回転して同じ距離だけ進むとき，杭の位置Z_2は

$Z_2 = (Z_0 - Z_b)\{-(\cos\theta + i\sin\theta)\} + Z_2$
$= -Z_0(\cos\theta + i\sin\theta) + Z_b(\cos\theta + i\sin\theta) + Z_2$
よってこれらの中点Mは

$$M = \frac{z_1+z_2}{2} = \frac{-Z_a(\cos\theta + i\sin\theta)+Z_1+Z_b(\cos\theta + i\sin\theta)+Z_2}{2}$$

となり井戸Z_0に依存しない値になる。
$-(\cos\theta + i\sin\theta) = \cos(\theta+\pi) + i\sin(\theta+\pi)$ なので，梅の木Z_b で$\theta+\pi$ だけ回転することで，中点M は不動点になる。

② 距離を変えてみる
次に，松の木，梅の木で回転して同じ距離だけ進まなくては，宝の位置は不動点にならないのかを考える。井戸から木までの距離の r 倍だけ進むとして，宝の位置を求めることで,この場合にも宝の位置が不動点になることを見いだす活動が考えられる。**図５**はｒ＝２の場合を示した図である。

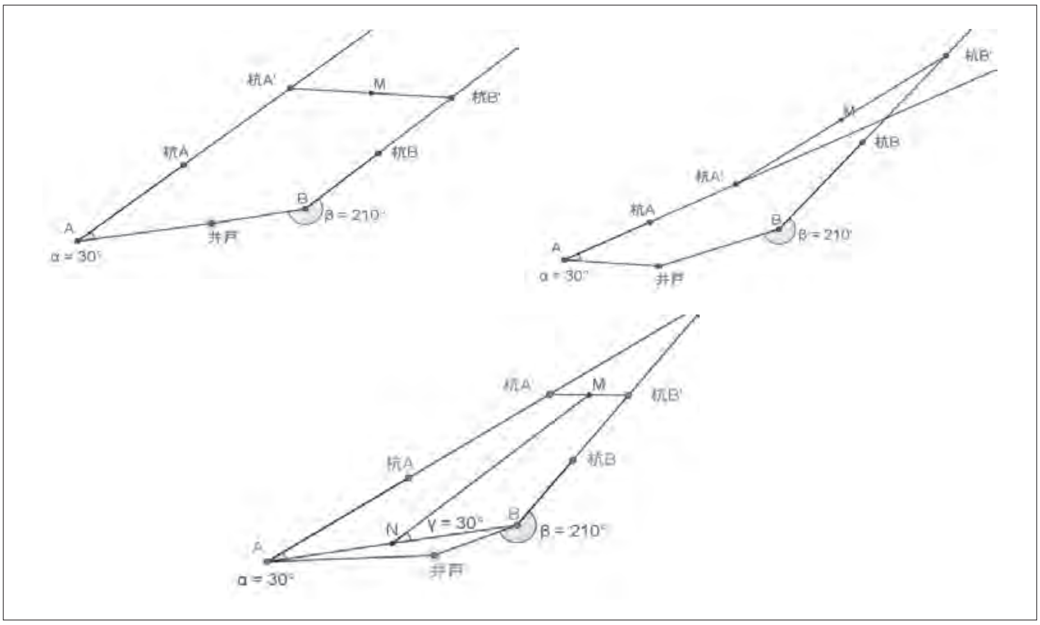


図５　ｒ＝２の場合の図

点MはＡＢの中点Ｎのまわりに，点Ｂを30°回転させ２倍した位置にある。この場合，△ＡＢＭは直角三角形ではない。
<解答例>
井戸Z_0から進み，松の木Z_aでθだけ回転してこれまでに進んできた距離の r 倍だけ進むとき，杭の位置Z_1 は
$Z_1 = (Z_0 - Z_a)r(\cos\theta + i\sin\theta) + Z_a = Z_a r(\cos\theta + i\sin\theta) - Z_a r(\cos\theta + i\sin\theta) + Z_a$
梅の木Z_b で$\theta+\pi$ だけ回転してこれまでに進んできた距離の r 倍だけ進むとき，杭の位置Z_2 は
$Z_2 = (Z0 - Zb)\{r(\cos(\theta+\pi) + i\sin(\theta+\pi))\} + Z_b$
$= -Z_b r(\cos\theta + i\sin\theta) + Z_b r(\cos\theta + i\sin\theta) + Z_b$

よってこれらの中点Mは

$$M=\frac{Z_a+Z_b}{2}=\frac{-Z_ar(\cos\theta+i\sin\theta)+Z_a+Z_br(\cos\theta+i\sin\theta)+Z_b}{2}$$

となり，Z_0に依存しない値になる。よってMは不動点になる。

これは，複素数$t=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ を用いて次のように表すことができる。

$$Z_1=(Z_0-Z_a)t+Z_a=Z_0t-Z_at+Z_a$$

$$Z_2=(Z_0-Z_b)(-t)+Z_b=-Z_0t+Z_bt+Z_b$$

これより，$M=\frac{Z_1+Z_2}{2}=\frac{Z_0t-Z_at+z-Z_0t+Z_bt+Z_b}{2}$

$$=\frac{-Z_at+Z_a+Z_bt+Z_b}{2}=\frac{-Z_ap+Z_a+Z_bp+Z_b}{2}=\left(Z_b-\frac{Z_a+Z_b}{2}\right)p+\frac{Z_a+Z_b}{2}$$

よって，中点MはZ_b をZ_a とZ_b の中点のまわりにａｒｇ（ｐ） だけ回転し，$|p|$だけ拡大（縮小）した点になる。

３．おわりに

ガモフの宝探しの問題を，GeoGebraを用いて探究してみると，作図は容易で，宝の位置が井戸の位置に関係なく不動点になっていることも見つけやすいことを実感することができる。生徒たちは，なぜそうなるのか調べてみたいと思ったり，条件を変えても成り立つのかを確かめてみたいと思ったりするのではないか。数学Ⅲで扱うことで様々な既習事項を活用して問題を解決することができるので，生徒たちの主体的に取り組むことができる題材であると考えられる。

＜引用・参考文献＞

中村好則（2015），「高校数学科におけるICT を活用した指導とその意義」，岩手大学教育学部附属教育実践総合センター研究紀要　第14号, pp.37－45

文部科学省（2009）高等学校学習指導要領解説数学編理数編，実教出版.

高校数学　教育情報誌「Focus Gold 通信」vol.13,啓林館, pp.31－34

11　直線の性質を統合的・発展的に考え「深い学び」を引き出す教材開発の視点
―「値が一定であること」に着目した「図形と方程式」の教材群―

筑波大学附属駒場中・高等学校教諭　須藤　雄生

1．はじめに

中学２年生で1次関数を学習すると，生徒は，座標平面上に描かれる直線を（x軸に垂直な直線は除いて）$y=ax+b$という2元1次方程式で扱う場面を多く経験する。一方，高等学校の数学Ⅱ「図形と方程式」の項目では，直線の方程式として$ax+by+c=0$，あるいは$ax+by=c'$という形の2元1次方程式を扱う場面も多い。このように直線の式の扱いが変わるのは，先述のとおり$y=ax+b$という形ではx軸に垂直な直線を表すことができない，という要因もあるのかもしれないが，それだけではないように筆者には思える。

例えば，2点（0, 1），（5, 4）を通る直線の方程式を求めよ，という問を出すと，高校生でも多くが1次関数の式 $y=\frac{3}{5}x+1$ を先に書く。一方で，数学Ⅱの教科書には

「2点（x_1, y_1），（x_2, y_2）を通る直線の方程式は，$x_1 \neq x_2$のとき$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$」

のように公式が書いてあるものだから，生徒によっては「高校生はこれを覚えなければいけない」，「中学校までの方法は捨てなければならない」といった固定観念にとらわれることもある。「主体的・対話的で深い学び」を目指すのであれば，このように知識と概念が分断されてしまうような公式や解法の暗記に，まずは斬り込んでいかなければならないと，筆者は考える。

小学校で初めて定規で直線を引くという操作の段階から，直線とは，ある意味で「一定な図形」として，一貫して児童・生徒に印象付けられているはずである。中学校で1次関数を学び，直線は「傾きが一定」として特徴づけられるようになる。さらに，$ax+by=c'$という式の形からは，「2つのベクトル $\vec{n}=(a, b)$ と$\vec{p}=(x, y)$ の内積が一定である」という特徴も想起される。このように，一見ばらばらに思えるが共通点も見られる「一定」という性質を取り出し，直線という図形の性質として統合・発展させて概念を豊かにしていくことを，「深い学び」と本稿ではとらえたい。

次期学習指導要領ではベクトルの内容は数学Ｃに移行される見通しのため，「内積が一定である」という見方を系統立てて学ぶ機会がなくなる生徒もいるかもしれない。しかし，数学Ⅱの現在の内容のなかでも，ベクトルの内積ということが明示されてはいなくても，この見方をうながすような教材は散見される。一方で，これらの教材は，扱い方を誤ればたちまち生徒を公式暗記，解法暗記に走らせてしまう危うさもはらんでいる。

本稿ではこうした問題意識に立ち，数学Ⅱ「図形と方程式」における，主に直線の方程式に関する教材を，「値が一定であること」に着目して見直していくことで，より生徒の「深い学び」を引き出す教材として提案することを目的とする。

２．教材の内容と具体例

（１）２点を通る直線の方程式

2点（0, 1），(5, 4）を通る直線の方程式を求めよ。

中学校では，「xが5増えるたびに，yが3増える」という性質をもって，1次関数と直線の方程式を関連付けている。これを「$\frac{y}{x}$（比例定数，変化の割合，あるいはグラフの傾き）の値が一定である」と解釈するのが比例の考えであるが，他方2元1次式については，「x が a 増えると y が b 増えるならば，$bx-ay$の値は一定である」という見方もできる。

現行の学習指導要領では，高等学校数学A「整数の性質」において，2元1次不定方程式の整数解を求める際にこれとよく似た扱いをしている。例えば$33x-17y=1$を満たす整数解（x, y）をすべて求めたいとき，特殊解（$-1, -2$）を発見した後，「xを17増やし，yを33増やしても左辺の値は変わらない」ことを用いて，$x=-1+17k$，$y=-2+33k$（kは整数）という一般解を得る。これはkを実数とみれば直線の媒介変数表示そのものであるが，解析幾何の文脈では，あまり正面から扱っていないのではないかとも考えられる。

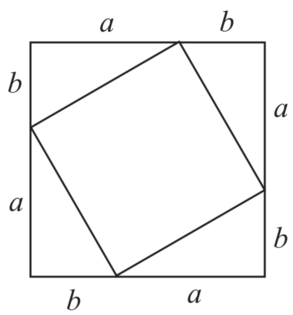
実際，この節の冒頭にあげた問題では，x が5増えると y が3増えるので，$3x-5y$の値が一定である。このことから，求める直線の方程式はすぐに$3x-5y=-5$，あるいは$3x-5y+5=0$とわかる。

「直線とは何が一定な図形であるか」ということの本質をとらえるためには，比例の考えだけでなく，こうした差分によるとらえ方も重要であると考えられる。実際，両者はのちに，微分法を介してつながるとも言える。

（２）垂直な直線の方程式

直線 $3x+2y=11$に点（3, 1）で垂直に交わる直線の方程式を求めよ。

前項の見方をそのまま使えば，直線 $3x+2y=11$ は，「xが2増えるたびにyが3減る（ことによって一定値11が保たれる）」直線である。中学校3年で三平方の定理を証明する際に，斜辺を１辺とする正方形をかいて，これを補助線にする（右図）証明が扱われるが，この図を想起すれば直線$3x+2y=11$に垂直な直線は「xが3増えるたびにyが2増える」直線とわかるので，$2x-3y=k$（kは実数）の形が得られ，（x, y）＝（3, 1）を代入することによって$k=3$が決まる。



平行条件，垂直条件に関しては，現行の数学Ⅱの教科書でも多くが$ax+by+c=0$の形のまま扱っているが，特に高等学校の生徒にとっては，（中学校からの慣れもあるのか）「平行なら傾きが等しい」「垂直なら傾きの積が-1」という，傾きによる制御の方が人気のようである。ここでは，$ax+by=c$の形での扱い方のイメージをふくらませることで，後述の距離に関する考えにもつなげやすくしたい。

（3）円の接線

（1） 円$x^2+y^2=17$に点（1, −4）で接する直線の方程式を求めよ。
（2） 円$(x-2)^2+(y-1)^2=5$に点（4, 0）で接する直線の方程式を求めよ。

円の接線は，円の中心と接点を通る直線に垂直であるから，前項までの考えを使えばそのまま導くことができる。例えば，次のような具合である。

（1） 円の中心は原点，そこから点（1, −4）へは「xが1増えて，yが4減っている」。これと垂直な直線が接線であるから，求める直線は「xが4増えて，yが1増えると一定値が保たれる（すなわち$x-4y$が一定である）」直線である。このうち点（1, −4）を通るものを求めればよいので，答は$x-4y=17$となる。

（2） 円の中心は点（2, 1），そこから点（4, 0）へは「xが2増えて，yが1減っている」。これと垂直な直線が接線であるから，求める直線は「xが1増えて，yが2増えると一定値が保たれる（すなわち$2x-y$が一定である）」直線である。このうち点（4, 0）を通るものを求めればよいので，答は$2x-y=8$である。

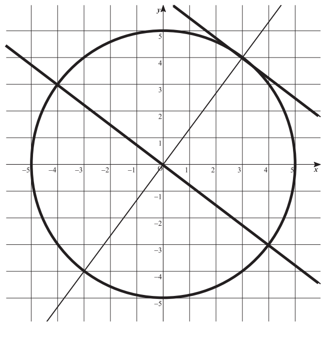
現行の教科書では，（1）を一般化する形で，「円$x^2+y^2=r^2$に点（a, b）で接する直線の方程式は$ax+by=r^2$」という公式が掲載されている。これを，上記の解法から導こうとするならば，次のようになる。

円の中心である原点から点（a, b）へは「xが a 増えて，yが b 増えている」。これと垂直な直線が接線であるから，求める直線は「xが b 増えて，yが a 減ると一定値が保たれる（すなわち$ax+by$が一定である）」直線である。このうち点（a, b）を通るものを求めればよいので，その方程式は$ax+by=r^2$である。

なお，この考えをベクトル方程式で表現すると，$\vec{n}=(a, b)$，$\vec{p}=(x, y)$ とすればそのまま$\vec{n}\cdot\vec{p}=r^2$となり，円の中心から接点へ向かうベクトルを，まさに法線ベクトルとして扱っていることがわかる。上記の解法はすなわち，これをベクトルに関する知識なしに表現したものであり，両者が本質的につながっていることがわかる。

（4）直線の原点からの距離

（1） 直線$3x+4y=0$に平行で，原点との距離が5である直線の方程式を求めよ。
（2） 直線$3x+4y=0$に平行で，原点との距離が8である直線の方程式を求めよ。



直線$3x+4y=0$は，「xが4増えて，yが3減ると一定値が保たれる」直線であり，これに平行な直線はすべて$3x+4y=k$（kは実数）の形である。ここで，（1）の条件である「原点との距離が5」である直線とは，すなわち原点を中心とする半径5の円の接線と考えることができるから，右のような図を考えれば，接点が（3, 4）であり，方程式は$3x+4y=25$であることが観察できる。また，直線$3x+4y=25$と原点に関して対称な直線も題意をみたすから，$3x+4y=-25$も求める直線となる。

さらに（２）で，距離が8である直線を求めるときには，この図をそのまま原点中心に$\frac{8}{5}$倍拡大すればよい。そのとき，直線 $3x+4y=\pm 25$上の点（x, y）について，x座標，y座標がすべて$\frac{8}{5}$倍されるから，一定値である$3x+4y$の値も当然$\frac{8}{5}$倍されることになる。

以上から，求める直線の式は$3x+4y=\pm 25\times\frac{8}{5}$，すなわち$3x+4y=\pm 40$である。

このように，直線$ax+by=c$と原点との距離を調べてみると，その距離は$|c|$に比例していることが，図から直観的に理解できる。言いかえれば，直線$ax+by=c$は，「$ax+by$の値が，（原点からの距離に比例して決まる）ある一定の値になるような点の集まり」であるとみることができる。

なお，中学校で扱う直線の方程式の形$y=ax+b$におけるb（いわゆるy切片）も，aを固定すれば，原点からの距離に比例して決まる値となる。このことは，「原点，直線とy軸との交点，原点から直線におろした垂線の足」の3点を結んだ直角三角形を考えれば，相似によって説明することができる。実際，$y=ax+b$という式の形を，$ax+by=c$において$b=-1$とした特殊な場合ととらえれば，これも統合・発展という視点から「深い学び」をうながす例となるであろう。

（５）直線の定点からの距離（逆思考）

（１） 直線 $2x+3y=26$と原点との距離を求めよ。

（２） 直線 $3x+4y=50$と点（4, 3）との距離を求めよ。

これまで考えてきたことから，直線$2x+3y=13$が点（2, 3）を通り円$x^2+y^2=13$に接する直線であることを想起する。すなわち，直線$2x+3y=13$と原点との距離は，円の半径である$\sqrt{13}$に等しい。前項で調べた通り，直線$2x+3y=26$は，直線$2x+3y=13$に比べて原点からの距離が2倍であるから，（１）で求める距離は$2\sqrt{13}$である。

（２）では，まず点（4, 3）を通る$3x+4y=k$（kは実数）の形の直線を考えると，それは直線$3x+4y=24$である。つまり，$k=24$のときの距離が0である。このことから，点（4, 3）と直線$3x+4y=k$との距離は$|k-24|$に比例することがわかる。また，円の接線の方程式から，$|k-24|=25$のとき，点（4, 3）と$3x+4y=k$との距離が5であることがわかる。いま知りたいのは直線$3x+4y=50$との距離であるから，$|50-24|=26$より，求める距離は$5\times\frac{26}{25}=\frac{26}{5}$である。

上記の問いは，現行の教科書では，点と直線の距離の公式として一般化したあと，その適用問題として載っていることの多い問いである。しかし，前項で明らかにした「$ax+by$の値が，原点からの距離によって決められた一定の値になるような点の集まり」という直線の見方をしていれば，比例の考えや相似の考えを使うことによって，公式がなくとも，その場で点と直線の距離を求めることができるようになる。

特に（２）のように原点以外の定点からの距離を考える際には，多くの場合，定点を原点に平行移動し，直線も同じ量だけ平行移動させて考えることが多いように思われる。平行移動自体は有効かつ重要な考え方ではあるが，本節で述べた考え方を用いると，平行移動を使わずに原点以外の定点と直線との距離を考えることができる，というのもまた特徴的といえる。

（6）定直線の定点に関する対称移動

点（6, 8）に関して，直線 $x+3y=20$と対称な直線の方程式を求めよ。

点（6, 8）は直線$x+3y=30$上の点であるから，点（6, 8）に関して，直線$x+3y=20$と距離が等しい直線は$x+3y=40$であり，これが点（6, 8）に関して直線$x+3y=20$と対称な直線である。

このように，直線 $ax+by=c$ の c が，定点からの距離と1次関数の関係にあることを用いると，垂直や平行，距離に関する扱いは，a, b, cの値の制御のみでほぼ実現することがわかる。

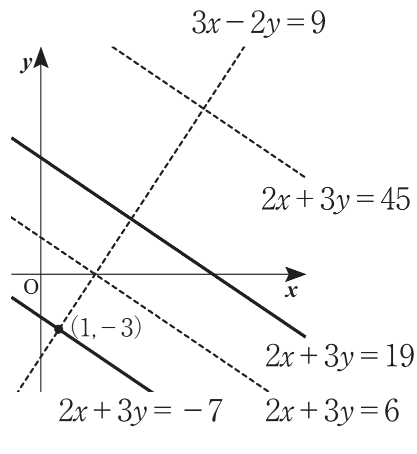
（7）定点の定直線に関する対称移動

直線 $2x+3y=19$に関して，点（1, -3）と対称な点の座標を求めよ。

点（1, -3）は直線$2x+3y=-7$上の点である。いま，対称軸は直線$2x+3y=19$であるから，前項の内容と同様に考えると，直線$2x+3y=19$に対して$2x+3y=-7$を対象移動した直線は$2x+3y=45$であり，求める点はこの直線上にあることがまずわかる。

次に，点（1, -3）を通り，直線$2x+3y=-7$に直交する直線を考えると，これも前項までで方法を述べたように，直線$3x-2y=9$であることがわかる。すなわち，求める点は2直線 $2x+3y=45$, $3x-2y=9$の交点ということになる。

連立方程式で交点を求めてもよいのであるが，距離を用いる方法も有効である。垂線$3x-2y=9$上に，なんでもよいので座標が整数になる点（格子点）として,例えば(3, 0）をとると，この点について$2x+3y$の値は6である。したがって，（1, -3）から（3, 0）に移動すると，$2x+3y$の値が-7から6へと13増加することがわかる。いま，目的地の$2x+3y$の値は45であるから，あと39増加させればよい。すなわち，（1, -3）から（3, 0）への移動（右に2, 上に3）を，（3, 0）から出発してあと3回行えば，目的地に到着する。これにより，求める点の座標が（9, 9）であることが，連立方程式を解かなくてもわかる。



もちろん，同様の方法で垂線と$2x+3y=19$との交点（5, 3）もわかるから，これを用いて(1, -3）を（5, 3）に関して対称移動し，（9, 9）を求める方法もある。

数学的な技能の観点からいうと，問題の数値設定にもよるが，教科書に載っている問題は答えが格子点になるよう設定されているものが多く，その場合は特に，こうした「ベクトル的なアプローチ」は，計算が苦手な生徒にとって，連立方程式を解くよりも扱いやすいかもしれない。

３．まとめと今後の課題

本稿では，直線の方程式$ax+by=c$を，「$ax+by$が（原点からの距離に比例して決まる）ある一定の値である」ととらえることで，既存の教材をどのように見直すことができるかを考察してきた。$ax+by$の値自体は，先述の通り，法線ベクトル $\vec{n}=(a,\ b)$ と位置ベクトル $\vec{p}=(x,\ y)$ の内積に他ならないのであるが，いまベクトルの内容で扱われているような射影としての扱いに触れなくとも，直線の垂直や平行，そして距離に関する扱いが十分に可能であることが示せたと，筆者としては考えている。本稿で述べた問題の解法は，直線のもつ本質の図形的な性質にもとづいたものであり，「直線とは何が一定な図形であるか」について，小学校から高等学校に至るまでの学習を発展・統合しうる考えであることを述べたつもりである。そこで，小学校や中学校で学ぶ「比例」に関する内容が特に重要な役割を担っていることは，特筆すべきであろう。

本稿で題材とした「図形と方程式」を含む，数学Ⅱという科目全般において，生徒から「覚える公式が多くて……」という声が聞かれることがある。これに対して，「自分で考えて，公式を作れるようになるとよい」という指導もよく提唱されるところであるが，そのとき教材の「深さ」をとらえていなければ，生徒が自ら考えるに値する教材を提供することはできないし，生徒が持ってきたアイデアから「対話」を生み出すことも難しい。

そんななかで，本稿では特に

「2点（$x_1,\ y_1$），（$x_2,\ y_2$）を通る直線の方程式は，$x_1 \neq x_2$のとき$y-y_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$」

「円$x^2+y^2=r^2$に点（$a,\ b$）で接する直線の方程式は $ax+by=r^2$」

「点（$p,\ q$）と直線$ax+by+c=0$との距離は，$d=\dfrac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$」

という３つの公式について，直線を「$ax+by$が一定である図形」という観点からとらえることで，統合的な解釈を与えることができたと考えている。

「直線」を扱っている以上，生徒にとっては小学校から高等学校に至るまでの「直線」に関する学習がすべてつながっていかなければ，それは本質的とはいえない。この教材群を通して，例えば「そういえば直線にはこのような性質もあったはず，それはどう説明がつくのだろう」と生徒が自ら考え，教室で教師とともにアイデアを出し合う機会が得られれば，それが「主体的・対話的で深い学び」へとつながるものと考えている。

具体的にそうした直線の性質としてどんなものが考えられ，それに対してどのような説明がつくかについては，引き続き生徒とともに実践を重ねながら，改めて教材研究を深めていきたい。

＜参考文献＞

文部科学省（2019） 学習指導要領解説　数学編

数研出版（2017）文部科学省検定教科書　改訂版　数学Ⅱ

筑波大学附属駒場中・高等学校 数学科（2016）創造的な教材・指導法及びカリキュラムの開発 ―中高６か年から大学へ― 開発教材集

付録　「主体的・対話的で深い学び」は行われていないのか
―数学授業の国際比較研究から浮かび上がる日本の授業の特質―

筑波大学人間系教授　清水　美憲

（日本教材文化研究財団研究紀要No.47より再録）

1．はじめに

改訂学習指導要領では，「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善を進める際の指導上の配慮事項を総則に記載するとともに，各教科等の「指導計画の作成と内容の取扱い」で，単元や題材など内容や時間のまとまりを見通して，その中で育む資質・能力の育成に向けて「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善を進めることを求めている。

スローガンとして機能するとみられる「アクティブ・ラーニング」に対し，この「主体的な学び」，「対話的な学び」，「深い学び」という３つの視点は，授業の設計や実際を具体的に特徴付ける視点として注目される。そして，これらの視点は，これまで行われてきた「各教科等における優れた授業改善等の取組に共通し，かつ普遍的な要素である」と総則では説明されている。したがって，「主体的・対話的で深い学び」とは実は特別な事柄ではなく，すでに我が国の授業，特に小学校や中学校の授業が目材してきた「よい授業」と軌を一にするものではないか，という問いが浮かび上がる。

本稿では，この問いを意識しながら，数学教育の分野で行われてきた２つの大規模国際比較研究を中心に，授業の実証的研究に関する研究動向を振り返り，研究から得られてきた知見を参照しながら，日本の授業の特質を上の３つの視点から点検する。

第一は，第３回国際数学・理科教育調査（略称TIMSS）に附随して行なわれた授業の研究（「ビデオテープ授業研究」，以下「TIMSSビデオ研究」と略記）（Stigler他, 1999; Hiebert他, 2003）である。この研究をきっかけに授業を比較文化的観点から研究する試みが浸透し，他国の教室における実践とはやや異なった様相をみせる日本の授業の特徴が浮き彫りにされた（清水, 2003）。また，その特徴をもたらすとみられる「授業研究」という日本固有の営みが注目されることになった（湊, 2002）。

第二は，このTIMSSビデオ研究の研究成果を踏まえ，数学科授業をより多面的に分析し，その知見を補完することを意図した研究プロジェクト「学習者の観点からみた授業研究（*The Learner's Perspective Study*： 略称：LPS）」の成果である（Clarke, Keitel & Shimizu, 2006, Shimizu, Kaur, Huang & Clarke, 2010）。この新しい研究では，世界16カ国の研究者の参加のもと，各国の数学科授業の構造や授業者の教授行動，学習者の意味構成等について，授業者・学習者の双方の観点からみた授業の分析が行われている。この後者の研究は，授業における学習者の学びに焦点化して分析する研究であり，「主体的な学び」，「対話的な学び」，「深い学び」の視点から授業の特質を検討することを可能にするものである。

２．ビデオサーベイによる数学授業の比較研究 (註1)

（１） TIMSSビデオ研究

教育という社会的・文化的な営みを研究するために，国際比較の手法が採られることがある。異なる社会的・文化的背景の下で行なわれる他国の教育実践との比較・対比を通して，その国の教育の営みの様相が，固有の特徴をもって顕在化するからである。

数学教育の分野で授業の国際比較が本格的に進められるようになった契機は，「TIMSSビデオ研究」によるところが大きい。TIMSSビデオ研究は，カリフォルニア大学ロスアンゼルス校・心理学科のJ. スティグラー（Stigler）教授を代表とする研究グループにより２度にわたり実施された。このうち最初の「TIMSS 1995ビデオ研究」は，ドイツ・日本・アメリカにおける第８学年（中学校第２学年）の数学科授業の標本調査によって，各国の授業にみられる典型的なパターンを指摘し，それぞれの国の文化に根ざした独自の授業実践の存在を明らかにした。さらに，この研究を拡大した「TIMSS 1999ビデオ研究」では，日本を含む世界７ヶ国における第８学年の数学科授業サンプル638件が，ビデオ記録から分析された。この一連の研究は，その空前の規模の大きさと，ビデオによる授業の標本調査という驚異的な方法とによって，授業研究というもののイメージを一新してしまった観がある。

「TIMSS 1995」ビデオ研究は，第８学年の教室で実際に何が行われているのか，その豊富な情報を得ること，授業実践を国レベルでとらえるための量的指標を作成するために，観察可能な客観的尺度を開発すること，ビデオによる授業研究という方法の有効性を探ることなどのために実施された。そのために，日本・ドイツ・アメリカにおける第８学年の数学科授業の231件がビデオテープに収録された。また，各国の授業の収録に加えて，授業者に対する質問紙調査も実施され，行われた授業に対応する教科書のページや生徒のワークシートのコピーも集められ分析されたのである（清水, 2003）。

調査対象は，各国からランダムに抽出されたTIMSS対象校のうち，やはりランダムに抽出されたサブサンプルの学校の１クラス（各１単位授業時間分）である。このような意味での「サンプル」の授業が収録・分析されたのは，授業研究史上初めてのことであった。

授業ビデオの収録のために特別な訓練を受けたカメラマンによって最終的に収録された授業のビデオ計231本の内訳は，ドイツ100・アメリカ81・日本50であった。このビデオ記録はすべてデジタル化してCD-ROMに収録され，分析のためのソフトウエアも開発された。

（２）日本の数学科授業の特徴

TIMSS 1995ビデオ研究では，授業の組織，数学的内容とその質，教師と生徒の活動などに焦点を当ててデータ分析が行われた。生徒による問題解決を中心に据えた授業展開の構造と，その過程での複数の解法の提示や，授業内・授業間における数学的概念の関連づけなどに，日本の授業の特徴がみられることが明らかになった。

例えば，日本の授業が典型的には次の５つの構成要素からなる型を示すものとされた。すなわち，「前時の授業の見直し」，「今日の問題の提示」，「生徒が個人か集団で問題に取り組む」，「解決方法を議論する」，そして「要点の強調とまとめ」である。これは，しばしば「問題解決型」と呼ばれる授業の展開を示しているとみられる。これに対し，アメリカの授業は，「今日の問題をどう解くかの演示」と「練習」を中核とするものである

と特徴づけられた。

また，この研究では，授業で扱われた問題に対する１つの解法以外に「別解」が登場したかどうか，そして登場した場合には教師が提示したのか生徒が提示したのかが比較された。その結果，特に日本の授業の42％には生徒による「別の解法」の提示が見られ，全体でもドイツ・アメリカの２倍以上の数値であった（Stigler et al., 1999, p.54）。しかも，この２ヶ国では，解法を教師が提示した場合が，生徒が提示した場合を上回っていた（**図１**）。

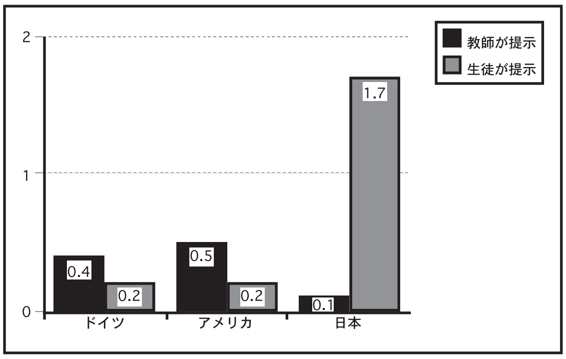


図１：１授業当たりの別解の提示

また，収録された授業における数学的概念やアイディア，生徒の経験が，当該の授業内において関連づけられていたか，また他の授業との間での関連をもっていたかが，言語として明示的に述べられた場合から調べられた（Stigler et al., 1999, p.118）。そのような関連は日本において特に顕著であった。

（３） TIMSS １９９９ビデオ研究

上記の研究の規模を拡大して実施されたのが，TIMSS 1999ビデオ研究（Hiebert, et al., 2003）である。この新しい研究では，日本を含む世界７ヶ国における第８学年の数学科授業サンプル638件が，ビデオによる記録から分析された。参加国は，オーストラリア（AU），チェコ共和国（CZ），香港（HK，香港は中国の特別行政区であるが，分析上は国のように扱う），日本（JP），オランダ（NL），スイス（SW），そしてアメリカ（US）の７ヶ国である。日本以外の６ヶ国では新たに数学の授業が収録され，日本の数学の授業は，前回調査で収録されたデータが新しい枠組みと分析方法によって再度分析された。

TIMSS1999ビデオ研究では，どの国にも共通する授業の一般的な特徴が明らかになるとともに，例えばオランダでは現実世界に直結した題材を授業で取り上げる割合が他国に比べて突出していることなど，各参加国に固有の特徴も明らかになった。興味深いことに，研究成果の全体をみると，日本の授業が特に際立って他国とは異なる様相をみせた分析項目が非常に多いことに気づかされる。

図２は，授業時間がどのようなねらいのために費やされているかを，国別に示したものである。日本では，新しい内容の導入に全体の60%が費やされ他国を大きく上回っている反面，復習の時間は少ない。

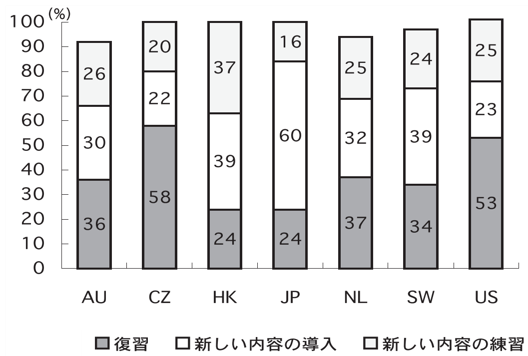


図２：授業における活動

図３は，授業内に提示された問題の複雑さを，解決に必要な手続きの数や下位問題の個数によって「高度」「中程度」「低度」に分け，それぞれが全体に占める割合を示したものである。日本の授業で提示される問題は，他国に比べ，上記の意味でやや複雑であったといえる。

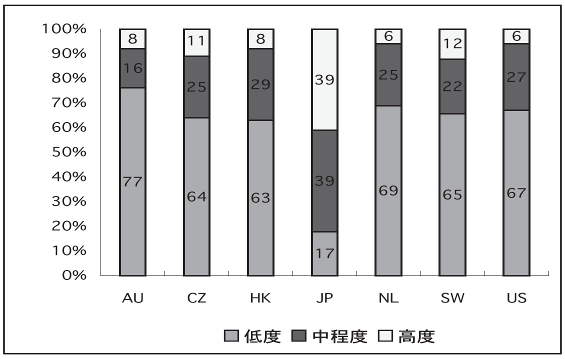


図３：提示された問題の複雑さ

調査への参加国（地域）には，同じアジアの文化圏に属する香港が含まれ，日本と似た授業が香港でもみられるのではないかと関心を呼んだ。しかし，結果は，予想に反して，両者の異なる様相を示すものだった。

実際，授業で提示された問題のタイプを問題文から分類すると，日本では，数学的概念や手続きを関連づけることを求める問題の割合が高かったのに対し，香港では「～を解きなさい。」のように手続きの使用を求める問題の割合が高かった（図４）。また，個別学習の時間に生徒が取り組む活動についても，日本では，教師が事前に示した手続きを生徒が反復する時間が少なく，自ら解法を考え出したり修正したりする活動（「手続きの反復以外」），あるいはそれと「手続きの反復」が混在する活動に従事している割合が高かった（図５）。これに対し香港では，「手続きの反復」が81%にも上った。これらの点では，香港の授業は，むしろチェコやアメリカの授業に近い特徴を示した。

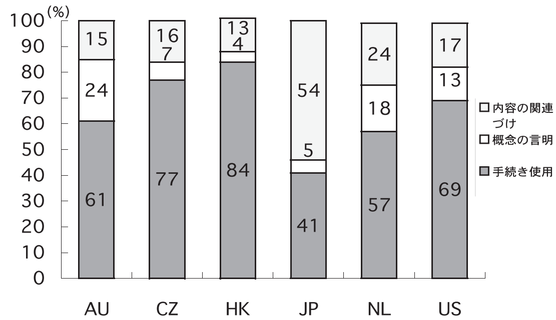


図４：取り組む問題のタイプ

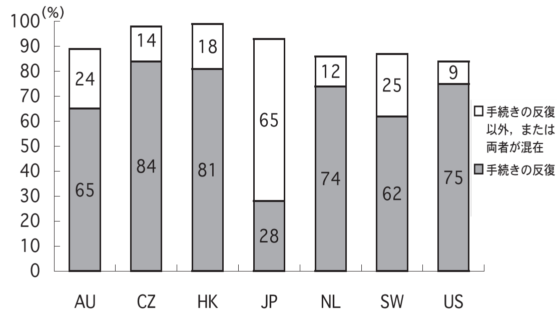


図５：個別学習での生徒の活動

このような分析結果から明らかになったのは，日本と香港に限らず，数学学力の国際比較調査で成績の高い国が共通に用いている指導法は存在しないことである。これは，それぞれの国の教師が，その国に固有の教育制度，社会・文化的背景のもと，よりよい授業実践を求めて努力していることを伺わせる結果であった。

３．学習者の学びを加味した授業の国際比較研究

（１）「学習者の観点からの授業の国際比較研究」

上記のTIMSSビデオ研究は，ビデオサーベイという手法を用いた「授業の標本調査」を意図している。すなわち，参加各国でランダムに選ばれたクラスの各１単位時間分の授業を，主として教師に焦点を当てたビデオ撮影によって収録するものであった。

これに対し「学習者の観点からの授業の国際比較研究」（LPS）は，異なる研究方法論に基づいており，データ収録の方法，分析の焦点も異なっている。特に，選ばれた指導経験豊富な教師３名の授業を，それぞれ10単位時間以上連続で，しかも授業者・学習者の行動の双方を同時に視野に入れて収録している点，授業終了後に，収録したビデオ映像を用いた再生刺激法による授業についてのインタビューを，授業者および学習者を対象に行っている点などである（Clarke, Keitel & Shimizu, 2006）。研究の設計は，次のような研究のねらいによるもので，LPSの特徴を反映している。

① 系列の中に位置づく授業の構造の解明

授業は，通常，ある単元における指導計画のなかで，一連の授業系列の一部分として行われる。このことが意味するのは，単元全体でどのように位置づくのかによって，１つの授業も異なる様相を示しうるということである。例えば，単元の導入的な様相では，概念の導入を主たるねらいとすることがあり，そこでは導入問題とそれに対する生徒の考えが大切に扱われるであろう。他方，単元の終末の様相では，その単元で学習した概念や技能の適用を意図した適用問題を中心とする授業が展開されるかもしれない。このように，一連の授業系列のデータを収録・分析することによって，個々の授業の位置づけや，授業間の連関が浮き彫りになるであろう。

② 学習者の観点からの授業の収録と分析

TIMSSビデオ研究では，授業の収録が主として教師に焦点を当てて（1台のカメラで）行われた。しかし，授業という社会的な営みのより深い理解のためには，学習者の観点も欠かせない。このような認識の下，LPSでは，授業者・学習者の双方を視野に入れた授業データの収録を（３台のカメラを用いて）行い，授業直後のインタビューデータを併せて得ることで，学習者の眼でみた授業の様相，および学習者と授業者の行動の連関を解明することをねらいとしている。

③ 授業での出来事の質的な分析

LPSでは，授業データに加え，インタビューデータ，質問紙への回答，生徒のノートのコピーなどを資料として，学習過程における数学的な意味の構成を分析することも意図している。すなわち，単に観察可能な授業事象を分析するのみではなく，教室における相互作用とそれを取り巻く状況や文脈，そして学習者と授業者の「見方」や「考え方」，価値の置き方などについても質的分析によって明らかにするのである。

（２） 日本の数学科授業の特徴

① 授業間の連関の分析

LPSでは，指導経験豊富な教師３名の授業を，10単位時間以上連続で収録し，そのうち10時間分をデータとしている。このことによって，TIMSSビデオ研究で指摘された日本，ドイツ，アメリカの授業において典型的とされた「パターン」が，必ずしもそのまま出現しないことが明らかになった（Clarke, Mesiti，Jablonka & Shimizu, 2006）。

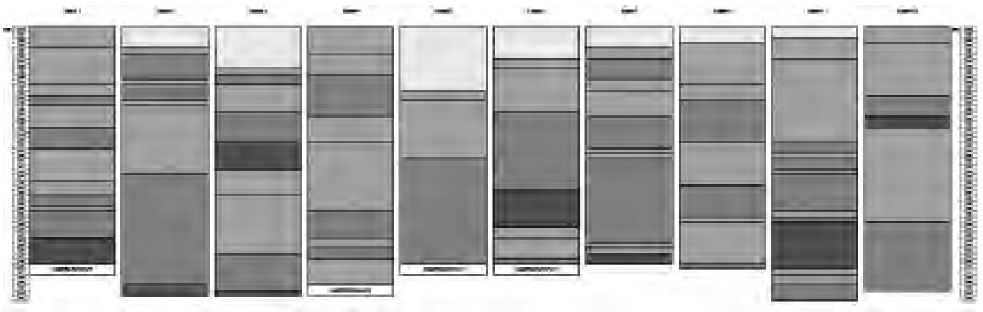


図６：系列のなかでみられる授業の構成要素
（Clarke, Mesiti, Jablonka & Shimizu, 2006）

例えば，日本の授業のパターンの構成要素は，「前時の授業の見直し」，「今日の問題の提示」，「生徒が個人かグループで問題に取り組む」，「解決方法を議論する」，そして「要点の強調とまとめ」の５つであるとされた。これらの構成要素となる活動が，連続する授業でどのように現れるかを分析した結果，**図６**のような結果が得られた。

図６は，上記の日本の授業パターンの構成要素を１つの学校のデータに適用したものである。このような分析を行った結果，一連の系列の中では，それぞれの授業が単一の型には収まりにくい，より複雑で多様な様相を示すこと，また単純化された「型」によって授業を特徴づけることが困難なことなどが明らかになった。

このような結果から，授業の国際比較のための分析単位が再考され，授業の「パターン」ではなく，教授・学習過程にみられる授業事象（Lesson events）を特定し，その形態と機能を分析する試みが行われている。

② 学習者と授業者による授業の知覚にみられるずれ

LPSでは，収録されたばかりの授業の映像を用いて授業後のインタビューが行われた。インタビュー対象者には，再生用のリモコンが手渡され，授業において「自分にとって重要であった箇所」について説明することなどが求められた。このインタビューの反応を分析した結果，学習者と授業者とで，授業における「重要な箇所」の知覚，およびその根拠となる認識が一致する場合と異なる場合の両方が特定された（Shimizu, 2006）。

例えば，生徒同士で相談しながら問題を考えるように授業者が指示した場面を，授業者のみならず２名の学習者も「重要な箇所」として指摘した。この場面は，グループで学習することによって自分の気づかないことに気づく機会が得られるという考えが，授業者と学習者の両方によって共有されていた。しかし，授業者がクラス全体の問題として何を提起するべきかを考慮しながら授業を進めていた箇所を生徒の立場からみると，授業において彼らの期待が充足されない時間帯が存在した事例も見出された。

このような分析結果からみると，指導経験が豊かな教師は，教師と生徒の間や生徒同士の間での知覚のずれと一致を適宜利用しながら，生徒を当該の問題や授業における学習活動に巻き込んでいくように教授行動を行っていることが伺われる。

③ 教授行動と学習行動の連関の理解に向けて

LPSでは，参加国の研究チームが様々な観点から多面的に授業の分析を進めてきた。日本のデータについては，上記以外にも，授業者と学習者の行為を質的に分析した結果も得られている。例えば，指導経験豊かな教師による授業では，数学的活動の「規範」が指導

内容を構成しているという特徴も見いだされた（Sekiguchi, 2006）。すなわち，当該の数学的な概念や手続きのみならず，得られた解答を確かめることや，よりよい解法を求めることなど，数学を学ぶ上での「心構え」や「大事なこと」なども，意図的な指導の内容となっているとみられるのである。

さらに，例えば，授業のなかで個々の生徒が問題に取り組む（いわゆる「自力解決」の）時間の意味を，教師の側と生徒の側のそれぞれから分析した研究もある（日野，2010）。この分析では，対象となった３つのクラスでは「学びの多様性」と「他者性」においてそれぞれ異なっていることが示された。そして特に，「自力解決」の時間の意味づけを生徒の側からみると，クラスメイトと情報や意見を交換して授業内容の理解を深める時間としての意味に加え，その後の授業展開を個々の生徒が意味づける拠り所としての意味があることが明らかになっている。この結果は，教師の側からのみならず学習者の側からみても，授業の構成要素が互いに関連し合って一連の構造をなしていることを示唆している。

４．「主体的・対話的で深い学び」の　実現に向けた授業改善の推進の意味

冒頭に述べた通り，改訂学習指導要領では，各教科等の「第 3 指導計画の作成と内容の取扱い」において，単元や題材など内容や時間のまとまりを見通して，その中で育む資質・能力の育成に向けて，「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善を進めることを求めている。特に，これまでの学校教育の蓄積を生かし，学習の質を一層高める授業改善の取組を活性化していくことが必要であり，我が国の優れた教育実践に見られる普遍的な視点である「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善（アクティブ・ラーニングの視点に立った授業改善）を推進することが求められている。その際，留意して取り組むべき６点の事項が指摘されている。本節では，これまでに概観してきた日本の授業の特質を踏まえ，この６点のそれぞれの意味について考察する。

（１） これまでの授業実践の蓄積を否定する必要はないこと

第一は，児童生徒に求められる資質・能力を育成することを目指した授業改善の取組は，既に小・中学校を中心に多くの実践が積み重ねられていることである。特に，「義務教育段階はこれまで地道に取り組まれ蓄積されてきた実践を否定し，全く異なる指導方法を導入しなければならないと捉える必要はないこと」という注意である。

前節で見た国際比較研究の結果からは，日本の授業が典型的には次の５つの構成要素からなる型を示すものとされた。すなわち，「前時の授業の見直し」，「今日の問題の提示」，「生徒が個人か集団で問題に取り組む」，「解決方法を議論する」，そして「要点の強調とまとめ」である。これは，しばしば「問題解決型」と呼ばれる授業の展開を示しているとみられる。これには，「今日の問題をどう解くかの演示」と「練習」を中核とするアメリカの授業とは対照的である。日本の授業の型は，子どもの問題解決を中核に据え，解決方法を議論することを通じて内容の学習が進められる点で，「主体的・対話的で深い学び」に反するものではない。むしろ，この授業展開を画一的な定型と捉えてしまうことに注意がいる。

（２） 授業の方法や技術の改善のみを志向するものではないこと

「主体的・対話的で深い学び」の授業改善は，授業の方法や技術の改善のみを意図する

ものではない。教科のねらいから見て育成を目指すべき資質・能力があり，そのために「主体的な学び」，「対話的な学び」，「深い 学び」の視点で，授業改善を進めるものである。数学の授業の場合，単に問題を解くだけではなく，問題解決の結果や過程を振り返って，得られた結果を捉え直したり，新たな問題を見いだしたりして，統合的・発展的に考察を進めていくことが大切である。さらに，数学的活動の過程では，粘り強くじっくり考える姿勢，答えが出たら終わりではなく，その「わけ」を大切にしようとする姿勢を大事にしたい。一応答えが得られたら振り返ってみて確かめること，別の解き方を考えてみること，そしてできれば，より簡単な方法，わかりやすい方法を探してみることなど，問題解決者としての資質に関わる姿勢を育てることも大切である。**図１**は，そのような様相が授業でみられることを示唆している。

（３）通常行われている学習活動の質の向上を目指すこと

総則によれば，「主体的・対話的で深い学び」の授業改善は，各教科等において通常行われている学習活動（言語活動，観察・実験，問題解決的な学習など）の質を向上させることを主眼とするものである。したがって，前節で概観したような授業の特徴を踏まえつつ，一層よい授業に高めていくことが大切である。日本の授業では，問題に対する別解が生徒から複数出されて，それを議論することが特徴であった（**図１**）。このような異なる考えを比較しながらその異同を明らかにし，どちらがより簡潔に表現できるか，考えを明瞭に伝えるにはどうすべきか，さらに的確に伝えるためにどんな工夫ができるか，これからも使えそうな（発展の可能性の高い）方法はどれだろうか，といった様々な問いを問う機会を大切にする必要がある。このような数学的に価値ある問うためには，「数学的な見方・考え方」を身につけて，数学的活動の中でそれらを働かせることが必要である。

（４）「主体的・対話的で深い学び」は単元を通して考える必要があること

「主体的・対話的で深い学び」は，毎回の授業で実現されるものではない。むしろ，単元や学習内容のまとまりの中で，「見方・考え方」が働いて学びが深まったかどうかが大切である。したがって，学習指導を計画するにあたっては，その単元や学習のまとまりで，どのような活動を仕組み，そこでどのような「見方・考え方」が働くかを検討しておくことが大切である。

図６に示したように，日本の授業のパターンの構成要素となる活動が，連続する一連の授業系列の中では，それぞれの授業が単一の型には収まりにくい，より複雑で多様な様相を示すこと，また単純化された「型」によって授業を特徴づけることが困難なことなどが明らかになった。経験豊富な教師は，単元や学習のまとまりの相に応じて，「生徒が個人かグループで問題に取り組む」，「解決方法を議論する」，そして「要点の強調とまとめ」の時間を柔軟に組織しながら授業を展開していると見られる。「主体的・対話的で深い学び」のあり方も，このようなスパンで考えることが大切であろう。

（５）「見方・考え方」の働きへの着目

今回の改訂では，教科等の目標において各教科等における「見方・考え方」を具体的に明らかにして，それを授業改善に生かすという趣旨があり，教科等の意義が改めて問い直された。総則でも，「深い学び」については，習得・活用・探究という学びの過程の中で，各教科等の特質に応じた「見方・考え方」を働かせながら，知識を相互に関連付けてより深く理解したり，情報を精査して考えを形成したり，問題を見いだして解決策を考えたり，

思いや考えを基に創造したりすることに向かうことが実現できているかという視点が大切であるとされている。

資質・能力論の立場から教科等の役割を考えると，子ども達が，「見方・考え方」を働かせ，創造的に学習を進めるように，また学習したことから新しい展望を得られるように，良好な学習環境を用意することが大切である。の学習における目の付け所（観点）や着想（アイディア），そしてその観点やアイディアを生かした思考や表現が可能になるように，単元全体や学年間の学びのつながりを想定した教材研究や授業の展開こそが，視界良好な学習環境の準備における腕の見せ所である。このような「見方・考え方」は，学習のプロセスに着目しないと顕在化してこないので，途中で現れる考え方や着眼点に焦点を当てる授業での話し合いのあり方を考えなければならない。学習指導を計画するにあたっては，その単元で，その授業で，どのような数学的活動を仕組み，そこでどのような「数学的な見方・考え方」が働くかを検討しておくことが大切である。

（６） 基礎的・基本的な知識及び技能の習得も視野に

総則では，「基礎的・基本的な知識及び技能の習得に課題がある場合には，その確実な習得を図ることを重視すること」との注意がある。図４に示したように，日本では，数学的概念や手続きを関連づけることを求める問題の割合が高いものの，手続きの使用を求める問題も含まれている。要は，子どもの学習成果の実態に合わせて，授業内容についてはいわゆる基礎的・基本的な知識及び技能と思考力・表現力等に関するもののバランスを取ることが大切であることはいうまでもない。

５．まとめと今後の課題

本稿では，第３回国際数学・理科教育調査に附随して行なわれた「TIMSSビデオ研究」と，この研究の成果を踏まえて設計された「学習者の観点からみた授業研究」を中心に，数学科授業の国際比較研究の動向を概観し，日本の授業の特質について考察した。これらの研究を通して浮き彫りになった日本の数学科授業の特徴は，多国の実践との比較によってみえてくる授業そのものの特徴であり，授業という営みについてその国で共有された固有な考え方を反映したものでもある。

授業という文化的な営みを根底で支えるのは，教室での実践に参加する生徒と教師によって共有され，普段は眼にみえることなく存在している信念や価値観，規範などである。他国との比較を通して浮き彫りになる我が国の授業の特徴は，教師の教授行動の根底にある価値観や規範に支えられているのである。LPSの成果からみて，指導経験の豊富な教師は，この価値観や規範を自らが研ぎ澄ますと同時に，それを生徒にいかに伝えていくかという点に秀でているとみられる。教室での規範の形成による授業の基盤づくり，授業間や授業内での関連を張り巡らすことによる生徒の理解の促進など，我々が学びうることがらを数多く見出せる。「主体的・対話的で深い学び」の授業改善は，これまで日本の教師のコミュニティが大切にしてきた「よい授業」への志向が，教育政策に表出したものと考えれば，「主体的・対話的で深い学び」とは特別な事柄ではなく，我が国の小学校や中学校で目指されてきた「よい授業」と軌を一にするものであるとみられるのである。

〈註１〉

本節の内容は，以下の考察に基づいている。
「数学的授業の国際比較研究—その動向と課題」
清水美憲（編）（2010）『授業を科学する—数学の授業への新しいアプローチ』学文社，所収。

＜引用・参考文献＞

Becker, J.P., Silver, E.A., Kantowski, M.G., Travers, K.J. & and Wilson, J.W. （1990）. Some observations of mathematics teaching in Japanese elementary and junior high schools. *Arithmetic Teacher*, 38, October, pp. 12-21.

Clarke, D., Keitel, C. & Shimizu, Y. （2006）. The Learners' Perspective Study. In D. Clarke, C. Keitel &Y. Shimizu （eds.） *Mathematics Classrooms in Twelve Countries： The Insider's Perspective*. Rotterdam： Sense Publishers.

Clarke, D., Mesiti, C., & Jablonka, E. & Shimizu, Y. （2006）. Addressing the challenge of legitimate international comparisons： Lesson structure in Germany, Japan and the USA. In D. Clarke, J. Emanuelsson, E. Jablonka & I. Ah Chee Mok （eds.） *Making Connections： Comparing Mathematics Classrooms Around the World*. Rotterdam： Sense Publishers.

Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K.B., Hollingsworth, H., Jacobs, J., Chiu, A.M.-Y., Wearne, D., Smith, M., Kersting, N., Manaster, A., Tseng, E., Etterbeek, W., Manaster, C., Gonzales, P., and Stigler, J. （2003）. *Teaching Mathematics in Seven Countries： Results From the TIMSS 1999 Video Study*. U.S. Department of Education. Washington, DC： National Center for Education Statistics.

日野景子（2010）「学習から見た数学の授業—生徒の数学的意味構成における自力解決場面の役割」清水美憲（編）『授業を科学する』

三輪辰郎編著（1992）『日本とアメリカの問題解決の指導』東洋館出版社.

Sekiguchi, Y. （2006）. Mathematical norms in Japanese mathematics lessons. In D. Clarke, C. Keitel &Y. Shimizu （eds.） *Mathematics Classrooms in Twelve Countries： The Insider's Perspective*. . Rotterdam： Sense Publishers.

清水美憲（2002）「国際比較を通してみる日本の数学科授業の特徴と授業研究の課題—TIMSSビデオテープ授業研究の知見の検討—」日本数学教育学会誌・数学教育，第84巻第３号，pp. 2-10.

清水美憲（2003）「世界7ヶ国の比較から浮かび上がる日本の数学科授業の特徴：TIMSS 1999ビデオ研究の知見から」教育科学数学教育，No.551, pp. 99-103.

Shimizu, Y. （2006）. Discrepancies in Perceptions of Mathematics Lessons between Teacher and the Students in Japanese Classrooms. In D. Clarke, C. Keitel &Y. Shimizu （eds.） *Mathematics Classrooms in Twelve Countries： The Insider's Perspective.* Rotterdam： Sense Publishers.

Shimizu, Y., Kaur, B., Huang, R. & Clarke, D. （eds.） Mathematical Tasks in Classrooms around the World. Rotterdam： Sense Publishers杉山吉茂（1992）「日本の

授業とアメリカの授業の比較」，（三輪辰郎編著（1992）『日本とアメリカの問題解決の指導』東洋館出版社）

Stigler, J.W., Gonzales, P., Kawanaka, T. Knoll, S. & Serrano, A. （1999） *The TIMSS Videotape Classroom Study： Methods and Findings from an Exploratory Research Project on Eighth-Grade Mathematics Instruction in Germany, Japan, and the United States*. Washington, DC： U.S. Government Printing Office.

Stigler, J. W. & Hiebert, J. （1999） *The Teaching Gap： Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*. New York： NY, The Free Press. （湊三郎訳, 2002）『日本の算数・数学教育に学べ－米国が注目するjugyou kenkyuu－』, 教育出版.）

文部科学省（2017.6）『小学校学習指導要領解説 総則編』

公益財団法人 日本教材文化研究財団定款

第１章　総　則

（名　称）
第１条　この法人は，公益財団法人 日本教材文化研究財団と称する。

（事務所）
第２条　この法人は，主たる事務所を，東京都新宿区に置く。
２　この法人は，理事会の決議を経て，必要な地に従たる事務所を設置することができる。これを変更または廃止する場合も同様とする。

第２章　目的及び事業

（目　的）
第３条　この法人は，学校教育，社会教育及び家庭教育における教育方法に関する調査研究を行うとともに，学習指導の改善に資する教材・サービス等の開発利用をはかり，もってわが国の教育の振興に寄与することを目的とする。

（事　業）
第４条　この法人は，前条の目的を達成するために，次の各号の事業を行う。
（１）学校教育，社会教育及び家庭教育における学力形成に役立つ指導方法の調査研究と教材開発
（２）家庭の教育力の向上がはかれる教材やサービスの調査研究と普及公開
（３）前二号に掲げる研究成果の発表及びその普及啓蒙
（４）教育方法に関する国内外の研究成果の収集及び一般の利用に供すること
（５）他団体の検定試験問題及びその試験に関係する教材の監修
（６）その他，目的を達成するために必要な事業
２　前項の事業は，日本全国において行うものとする。

第３章　資産及び会計

（基本財産）
第５条　この法人の目的である事業を行うために不可欠な別表の財産は，この法人の基本財産とする。
２　基本財産は，この法人の目的を達成するために理事長が管理しなければならず，基本財産の一部を処分しようとするとき及び基本財産から除外しようとするときは，あらかじめ理事会及び評議員会の承認を要する。

（事業年度）
第６条　この法人の事業年度は，毎年４月１日に始まり翌年３月31日に終わる。

（事業計画及び収支予算）
第７条　この法人の事業計画書，収支予算書並びに資金調達及び設備投資の見込みを記載した書類については，毎事業年度開始の日の前日までに，理事長が作成し，理事会の承認を受けなければならない。これを変更する場合も同様とする。
２　前項の書類については，主たる事務所に，当該事業年度が終了するまでの間備え置き，一般の閲覧に供するものとする。

（事業報告及び決算）
第８条　この法人の事業報告及び決算については，毎事業年度終了後３箇月以内に，理事長が次の各号の書類を作成し，監事の監査を受けた上で，理事会の承認を受けなければならない。承認を受けた書類のうち，第１号，第３号，第４号及び第６号の書類については，定時評議員会に提出し，第１号の書類についてはその内容を報告し，その他の書類については，承認を受けなければならない。
（１）事業報告
（２）事業報告の附属明細書
（３）貸借対照表
（４）正味財産増減計算書
（５）貸借対照表及び正味財産増減計算書の附属明細書
（６）財産目録
２　第１項の規定により報告または承認された書類のほか，次の各号の書類を主たる事務所に５年間備え置き，個人の住所に関する記載を除き一般の閲覧に供するとともに，定款を主たる事務所に備え置き，一般の閲覧に供するものとする。
（１）監査報告
（２）理事及び監事並びに評議員の名簿
（３）理事及び監事並びに評議員の報酬等の支給の基準を記載した書類
（４）運営組織及び事業活動の状況の概要及びこれらに関する数値のうち重要なものを記載した書類

（公益目的取得財産残額の算定）
第９条　理事長は，公益社団法人及び公益財団法人の認定等に関する法律施行規則第48条の規定に基づき，毎事業年度，当該事業年度の末日における公益目的取得財産残額を算定し，前条第２項第４号の書類に記載するものとする。

第４章　評議員

（評議員）
第10条　この法人に，評議員16名以上21名以内を置く。

（評議員の選任及び解任）
第11条　評議員の選任及び解任は，評議員選定委員会において行う。
２　評議員選定委員会は，評議員１名，監事１名，事務局員１名，次項の定めに基づいて選任された外部委員２名の合計５名で構成する。
３　評議員選定委員会の外部委員は，次のいずれにも該当しない者を理事会において選任する。
（１）この法人または関連団体（主要な取引先及び重要な利害関係を有する団体を含む。以下同じ。）の業務を執行する者または使用人
（２）過去に前号に規定する者となったことがある者
（３）第１号または第２号に該当する者の配偶者，三親等内の親族，使用人（過去に使用人となった者も含む。）
４　評議員選定委員会に提出する評議員候補者は，理事会または評議員会がそれぞれ推薦することができる。評議員選定委員会の運営についての詳細は理事会において定める。
５　評議員選定委員会に評議員候補者を推薦する場合には，次に掲げる事項のほか，当該候補者を評議員として適任と判断した理由を委員に説明しなければならない。
（１）当該候補者の経歴
（２）当該候補者を候補者とした理由
（３）当該候補者とこの法人及び役員等（理事，監事及び評議員）との関係
（４）当該候補者の兼職状況
６　評議員選定委員会の決議は，委員の過半数が出席し，

その過半数をもって行う。ただし，外部委員の１名以上が出席し，かつ，外部委員の１名以上が賛成することを要する。

７　評議員選定委員会は，第10条で定める評議員の定数を欠くこととなるときに備えて，補欠の評議員を選任することができる。

８　前項の場合には，評議員選定委員会は，次の各号の事項も併せて決定しなければならない。

（１）当該候補者が補欠の評議員である旨

（２）当該候補者を１人または２人以上の特定の評議員の補欠の評議員として選任するときは，その旨及び当該特定の評議員の氏名

（３）同一の評議員（２人以上の評議員の補欠として選任した場合にあっては，当該２人以上の評議員）につき２人以上の補欠の評議員を選任するときは，当該補欠の評議員相互間の優先順位

９　第７項の補欠の評議員の選任に係る決議は，当該決議後４年以内に終了する事業年度のうち最終のものに関する定時評議員会の終結の時まで，その効力を有する。

（評議員の任期）

第12条　評議員の任期は，選任後４年以内に終了する事業年度のうち最終のものに関する定時評議員会の終結のときまでとする。また，再任を妨げない。

２　前項の規定にかかわらず，任期の満了前に退任した評議員の補欠として選任された評議員の任期は，退任した評議員の任期の満了するときまでとする。

３　評議員は，第10条に定める定数に足りなくなるときは，任期の満了または辞任により退任した後も，新たに選任された評議員が就任するまで，なお評議員としての権利義務を有する。

（評議員に対する報酬等）

第13条　評議員に対して，各年度の総額が500万円を超えない範囲で，評議員会において定める報酬等を支給することができる。

２　前項の規定にかかわらず，評議員には費用を弁償することができる。

第５章　評議員会

（構　成）

第14条　評議員会は，すべての評議員をもって構成する。

（権　限）

第15条　評議員会は，次の各号の事項について決議する。

（１）理事及び監事の選任及び解任

（２）理事及び監事の報酬等の額

（３）評議員に対する報酬等の支給の基準

（４）貸借対照表及び正味財産増減計算書の承認

（５）定款の変更

（６）残余財産の処分

（７）基本財産の処分または除外の承認

（８）その他評議員会で決議するものとして法令またはこの定款で定められた事項

（開　催）

第16条　評議員会は，定時評議員会として毎事業年度終了後３箇月以内に１回開催するほか，臨時評議員会として必要がある場合に開催する。

（招　集）

第17条　評議員会は，法令に別段の定めがある場合を除き，理事会の決議に基づき理事長が招集する。

２　評議員は，理事長に対して，評議員会の目的である事項及び招集の理由を示して，評議員会の招集を請求することができる。

（議　長）

第18条　評議員会の議長は理事長とする。

２　理事長が欠けたときまたは理事長に事故があるときは，評議員の互選によって定める。

（決　議）

第19条　評議員会の決議は，決議について特別の利害関係を有する評議員を除く評議員の過半数が出席し，その過半数をもって行う。

２　前項の規定にかかわらず，次の各号の決議は，決議について特別の利害関係を有する評議員を除く評議員の３分の２以上に当たる多数をもって行わなければならない。

（１）監事の解任

（２）評議員に対する報酬等の支給の基準

（３）定款の変更

（４）基本財産の処分または除外の承認

（５）その他法令で定められた事項

３　理事または監事を選任する議案を決議するに際しては，各候補者ごとに第１項の決議を行わなければならない。理事または監事の候補者の合計数が第21条に定める定数を上回る場合には，過半数の賛成を得た候補者の中から得票数の多い順に定数の枠に達するまでの者を選任することとする。

（議事録）

第20条　評議員会の議事については，法令で定めるところにより，議事録を作成する。

２　議長は，前項の議事録に記名押印する。

第６章　役　員

（役員の設置）

第21条　この法人に，次の役員を置く。

（１）理事　７名以上12名以内

（２）監事　２名または３名

２　理事のうち１名を理事長とする。

３　理事長以外の理事のうち，１名を専務理事及び２名を常務理事とする。

４　第２項の理事長をもって一般社団法人及び一般財団法人に関する法律（平成18年法律第48号）に規定する代表理事とし，第３項の専務理事及び常務理事をもって同法第197条で準用する同法第91条第1項に規定する業務執行理事（理事会の決議により法人の業務を執行する理事として選定された理事をいう。以下同じ。）とする。

（役員の選任）

第22条　理事及び監事は，評議員会の決議によって選任する。

２　理事長及び専務理事並びに常務理事は，理事会の決議によって理事の中から選定する。

（理事の職務及び権限）

第23条　理事は，理事会を構成し，法令及びこの定款で定めるところにより，職務を執行する。

２　理事長は，法令及びこの定款で定めるところにより，この法人の業務を代表し，その業務を執行する。

３　専務理事は，理事長を補佐する。

４　常務理事は，理事長及び専務理事を補佐し，理事会の議決に基づき，日常の事務に従事する。

５　理事長及び専務理事並びに常務理事は，毎事業年度に４箇月を超える間隔で２回以上，自己の職務の執行の状

況を理事会に報告しなければならない。

（監事の職務及び権限）
第24条　監事は，理事の職務の執行を監査し，法令で定めるところにより，監査報告を作成する。
2　監事は，いつでも，理事及び事務局員に対して事業の報告を求め，この法人の業務及び財産の状況の調査をすることができる。

（役員の任期）
第25条　理事の任期は，選任後２年以内に終了する事業年度のうち最終のものに関する定時評議員会の終結のときまでとする。
2　監事の任期は，選任後２年以内に終了する事業年度のうち最終のものに関する定時評議員会の終結のときまでとする。
3　前項の規定にかかわらず，任期の満了前に退任した理事または監事の補欠として選任された理事または監事の任期は，前任者の任期の満了するときまでとする。
4　理事または監事については，再任を妨げない。
5　理事または監事が第21条に定める定数に足りなくなるときまたは欠けたときは，任期の満了または辞任により退任した後も，それぞれ新たに選任された理事または監事が就任するまで，なお理事または監事としての権利義務を有する。

（役員の解任）
第26条　理事または監事が，次の各号のいずれかに該当するときは，評議員会の決議によって解任することができる。
（1）職務上の義務に違反し，または職務を怠ったとき
（2）心身の故障のため，職務の執行に支障がありまたはこれに堪えないとき

（役員に対する報酬等）
第27条　理事及び監事に対して，各年度の総額が300万円を超えない範囲で，評議員会において定める報酬等を支給することができる。
2　前項の規定にかかわらず，理事及び監事には費用を弁償することができる。

第７章　理事会

（構　成）
第28条　理事会は，すべての理事をもって構成する。

（権　限）
第29条　理事会は，次の各号の職務を行う。
（1）この法人の業務執行の決定
（2）理事の職務の執行の監督
（3）理事長及び専務理事並びに常務理事の選定及び解職

（招　集）
第30条　理事会は，理事長が招集するものとする。
2　理事長が欠けたときまたは理事長に事故があるときは，各理事が理事会を招集する。

（議　長）
第31条　理事会の議長は，理事長とする。
2　理事長が欠けたときまたは理事長に事故があるときは，専務理事が理事会の議長となる。

（決　議）
第32条　理事会の決議は，決議について特別の利害関係を有する理事を除く理事の過半数が出席し，その過半数をもって行う。
2　前項の規定にかかわらず，一般社団法人及び一般財団法人に関する法律第197条において準用する同法第96条の要件を満たしたときは，理事会の決議があったものとみなす。

（議事録）
第33条　理事会の議事については，法令で定めるところにより，議事録を作成する。
2　出席した理事長及び監事は，前項の議事録に記名押印する。ただし，理事長の選定を行う理事会については，他の出席した理事も記名押印する。

第８章　定款の変更及び解散

（定款の変更）
第34条　この定款は，評議員会の決議によって変更することができる。
2　前項の規定は，この定款の第３条及び第４条並びに第11条についても適用する。

（解　散）
第35条　この法人は，基本財産の滅失によるこの法人の目的である事業の成功の不能，その他法令で定められた事由によって解散する。

（公益認定の取消し等に伴う贈与）
第36条　この法人が公益認定の取消しの処分を受けた場合または合併により法人が消滅する場合（その権利義務を承継する法人が公益法人であるときを除く。）には，評議員会の決議を経て，公益目的取得財産残額に相当する額の財産を，当該公益認定の取消しの日または当該合併の日から１箇月以内に，公益社団法人及び公益財団法人の認定等に関する法律第５条第17号に掲げる法人または国若しくは地方公共団体に贈与するものとする。

（残余財産の帰属）
第37条　この法人が清算をする場合において有する残余財産は，評議員会の決議を経て，公益社団法人及び公益財団法人の認定等に関する法律第５条第17号に掲げる法人または国若しくは地方公共団体に贈与するものとする。

第９章　公告の方法

（公告の方法）
第38条　この法人の公告は，電子公告による方法により行う。
2　事故その他やむを得ない事由によって前項の電子公告を行うことができない場合は，官報に掲載する方法により行う。

第10章　事務局その他

（事務局）
第39条　この法人に事務局を設置する。
2　事務局には，事務局長及び所要の職員を置く。
3　事務局長及び重要な職員は，理事長が理事会の承認を得て任免する。
4　前項以外の職員は，理事長が任免する。
5　事務局の組織，内部管理に必要な規則その他については，理事会が定める。

（委　任）
第40条　この定款に定めるもののほか，この定款の施行について必要な事項は，理事会の決議を経て，理事長が定める。

附　則

1　この定款は，一般社団法人及び一般財団法人に関する法律及び公益社団法人及び公益財団法人の認定等に関する法律の施行に伴う関係法律の整備等に関する法律第106条第１項に定める公益法人の設立の登記の日から施行する。

2　一般社団法人及び一般財団法人に関する法律及び公益社団法人及び公益財団法人の認定等に関する法律の施行に伴う関係法律の整備等に関する法律第106条第１項に定める特例民法法人の解散の登記と，公益法人の設立の登記を行ったときは，第６条の規定にかかわらず，解散の登記の日の前日を事業年度の末日とし，設立の登記の日を事業年度の開始日とする。

3　第22条の規定にかかわらず，この法人の最初の理事長は杉山吉茂，専務理事は新免利也，常務理事は星村平和及び中井武文とする。

4　第11条の規定にかかわらず，この法人の最初の評議員は，旧主務官庁の認可を受けて，評議員選定委員会において行うところにより，次に掲げるものとする。

有田　和正	尾田　幸雄
梶田　叡一	角屋　重樹
亀井　浩明	北島　義斉
木村　治美	佐島　群巳
佐野　金吾	清水　厚実
田中　博之	玉井美知子
中川　栄次	中里　至正
中洌　正堯	波多野義郎
原田　智仁	宮本　茂雄
山極　　隆	大倉　公喜

5　昭和45年の法人設立時の理事及び監事は，次のとおりとする。

理事	（理事長）	平澤　興
理事	（専務理事）	堀場正夫
理事	（常務理事）	鰺坂二夫
理事	（常務理事）	渡辺　茂
理事	（常務理事）	近藤達夫
理事		平塚益徳
理事		保田　與重郎
理事		奥西　保
理事		北島織衛
理事		田中克己
監事		高橋武夫
監事		辰野千壽
監事		工藤　清

賛助会員規約

第１条　公益財団法人日本教材文化研究財団の事業目的に賛同し，事業その他運営を支援するものを賛助会員（以下「会員」という）とする。

第２条　会員は，法人，団体または個人とし，次の各号に定める賛助会費（以下「会員」という）を納めるものとする。

（１）法人および団体会員	一口30万円以上
（２）個人会員	一口６万円以上
（３）個人準会員	一口６万円未満

第３条　会員になろうとするものは，会費を添えて入会届を提出し，理事会の承認を受けなければならない。

第４条　会員は，この法人の事業を行う上に必要なことがらについて研究協議し，その遂行に協力するものとする。

第５条　会員は次の各号の事由によってその資格を失う。
（１）脱退
（２）禁治産および準禁治産並びに破産の宣告
（３）死亡，失踪宣告またはこの法人の解散
（４）除名

第６条　会員で脱退しようとするものは，書面で申し出なければならない。

第７条　会員が次の各号（１）に該当するときは，理事現在数の４分の３以上出席した理事会の議決をもってこれを除名することができる。
（１）会費を滞納したとき
（２）この法人の会員としての義務に違反したとき
（３）この法人の名誉を傷つけまたはこの法人の目的に反する行為があったとき

第８条　既納の会費は，いかなる事由があってもこれを返還しない。

第９条　各年度において納入された会費は，事業の充実およびその継続的かつ確実な実施のため，その半分を管理費に使用する。

内閣府所管

公益財団法人　日本教材文化研究財団

理事・監事・評議員

(1) 理事・監事名簿（敬称略）12名

（令和２年８月31日現在）

役　名	氏　名	就任年月日	就重	職務･専門分野	備　　考
理事長	村上　和雄	令和２年６月12日 （理事長就任 H.26.3.7）	重	法人の代表 業務の総理	筑波大学名誉教授　全日本家庭教育研究会総裁
専務理事	新免　利也	令和２年６月12日	重	事務総括 事業運営	(株)新学社執行役員東京支社長
常務理事	角屋　重樹	令和２年６月12日	重	理科教育	広島大学名誉教授　日本体育大学教授
常務理事	中井　武文	令和２年６月12日	重	財務	(株)新学社取締役相談役
理　事	北島　義俊	令和２年６月12日	重	財務	大日本印刷(株)代表取締役会長
理　事	清水　美憲	令和２年６月12日	就	数学教育学 評価論	筑波大学人間系教授
理　事	田中　博之	令和２年６月12日	就	教育工学 教育学	早稲田大学教職大学院教授
理　事	中川　栄次	令和２年６月12日	重	財務	(株)新学社代表取締役社長
理　事	中洌　正堯	令和２年６月12日	重	国語教育学	元兵庫教育大学学長　兵庫教育大学名誉教授
理　事	原田　智仁	令和２年６月12日	重	社会科教育	兵庫教育大学名誉教授　滋賀大学教育学部特任教授
監　事	橋本　博文	令和２年６月12日	重	財務	大日本印刷(株)常務取締役
監　事	平石　隆雄	令和２年６月12日	重	財務	(株)新学社執行役員

（50音順）

(2) 評議員名簿（敬称略）18名

役　名	氏　名	就任年月日	就重	担当職務	備　　考
評議員	秋田喜代美	平成29年６月２日	重	教育心理学･発達心理学 学校教育学	東京大学大学院教授
評議員	浅井　和行	平成30年６月１日	重	教育工学 メディア教育	京都教育大学理事・副学長
評議員	安彦　忠彦	平成30年６月１日	重	教育課程論 教育評価･教育方法	名古屋大学名誉教授　神奈川大学特別招聘教授
評議員	稲垣　応顕	令和２年５月18日	就	心理学 社会心理学	上越教育大学教職大学院教授
評議員	亀井　浩明	平成30年６月１日	重	初等中等教育 キャリア教育	元東京都教委指導部長　帝京大学名誉教授
評議員	北島　義斉	平成30年６月１日	重	財務	大日本印刷(株)代表取締役社長
評議員	櫻井　茂男	平成30年６月１日	重	認知心理学･発達心理学 キャリア教育	筑波大学名誉教授
評議員	佐藤　晴雄	令和２年５月18日	重	教育経営学・教育行政学 社会教育学･青少年教育論	日本大学教授
評議員	佐野　金吾	平成30年６月１日	重	社会科教育 教育課程･学校経営	元東京家政学院中・高等学校長
評議員	下田　好行	平成30年６月１日	重	国語教育 教育方法学	元国立教育政策研究所総括研究官　東洋大学教授
評議員	鈴木由美子	令和２年５月18日	就	社会科学・教育学 教科教育学	広島大学大学院教授
評議員	髙木　展郎	平成30年６月１日	重	国語科教育学 教育方法学	横浜国立大学名誉教授
評議員	堀井　啓幸	令和２年５月18日	重	教育経営学 教育環境論	常葉大学教授
評議員	前田　英樹	平成30年６月１日	重	フランス思想 言語論	立教大学名誉教授
評議員	松浦　伸和	平成30年６月１日	重	英語教育学	広島大学大学院教授
評議員	峯　　明秀	平成30年６月１日	重	社会科教育学	大阪教育大学教授
評議員	油布佐和子	令和２年５月18日	重	教育社会学･学校の社会学 教師教職研究･児童生徒の問題行動	早稲田大学教育・総合科学学術院教授
評議員	吉田　武男	平成30年６月１日	重	道徳教育論 家庭教育論	筑波大学名誉教授　関西外国語大学大学院教授

（50音順）

調査研究シリーズ 82

主体的・対話的で深い学びを目指す
算数・数学科学習指導のあり方

令和２年９月30日発行
編　集／公益財団法人　日本教材文化研究財団
発行人／新免　利也（専務理事）
発行所／公益財団法人　日本教材文化研究財団
〒162-0841　東京都新宿区払方町14番地１
電話 03-5225-0255　FAX 03-5225-0256
http://www.jfecr.or.jp

表紙デザイン：アイクリエイト（株）
印刷（株）天理時報社